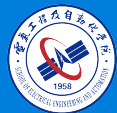




江苏师范大学
JIANGSU NORMAL UNIVERSITY

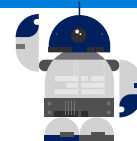


电气工程及自动化学院
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING AND AUTOMATION

电路理论及应用

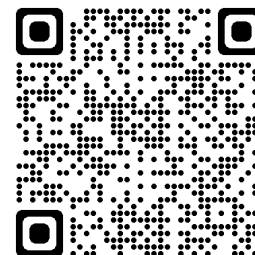


电路
分析



第2章 电路的基本分析方法

李灿 | 12#503A | lic@jsnu.edu.cn | <https://sslic.cn/cs>





本章内容

■ 支路电流法

◇ 概述 含独立电源电路 含受控电源电路

■ 网孔电流法

◇ 概述 含独立电源电路 含受控电源电路 回路电流法

■ 结点电压法

◇ 概述 含独立电源电路 含受控电源电路



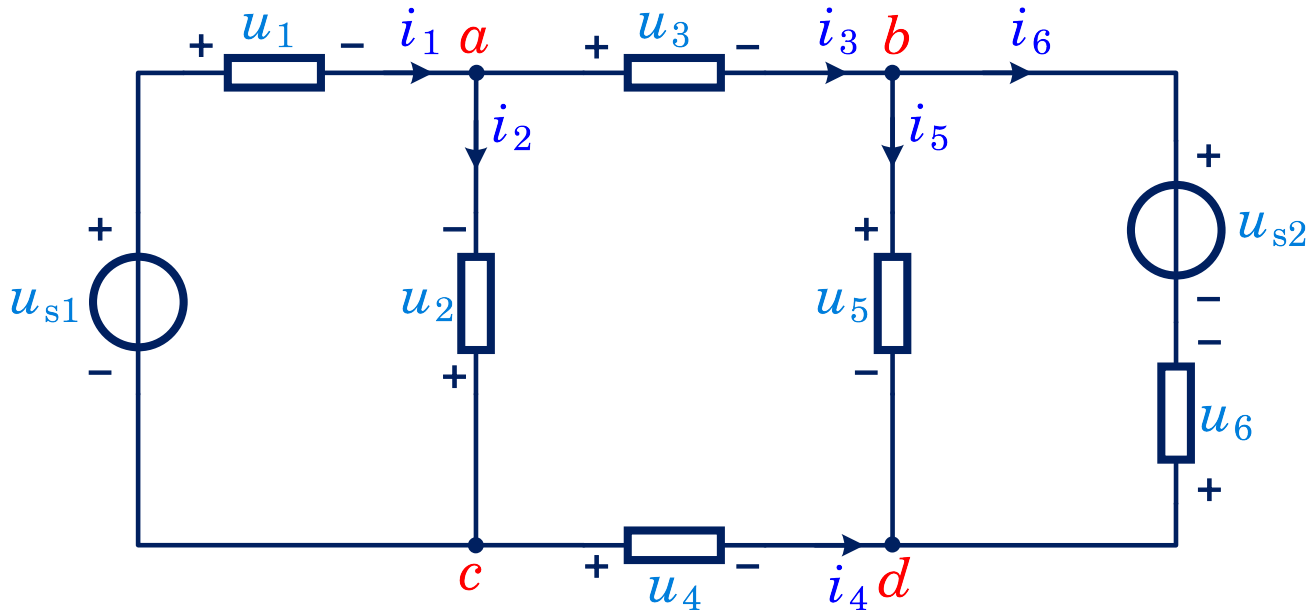
§2.1 支路电流法

利用 KCL、KVL 和电阻的 VCR 特性列出的方程称为电路的基本方程，其中 KCL 和 KVL 方程的独立性是支路电流法的重要基础。

2.1.1 KCL和KVL方程的独立性

■ 图示电路有

- ✧ 结点 $n = 4$ 个
- ✧ 支路 $b = 6$ 条
- ✧ 回路 $l = 6$ 个
- ✧ 网孔 3 个



✧ 对4个结点a、b、c、d列KCL方程

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ i_3 - i_5 - i_6 = 0 \\ i_2 - i_1 - i_4 = 0 \\ i_4 + i_5 + i_6 = 0 \end{cases}$$

4 个方程左端之和恒为 0 \ggg 4 个方程非相互独立

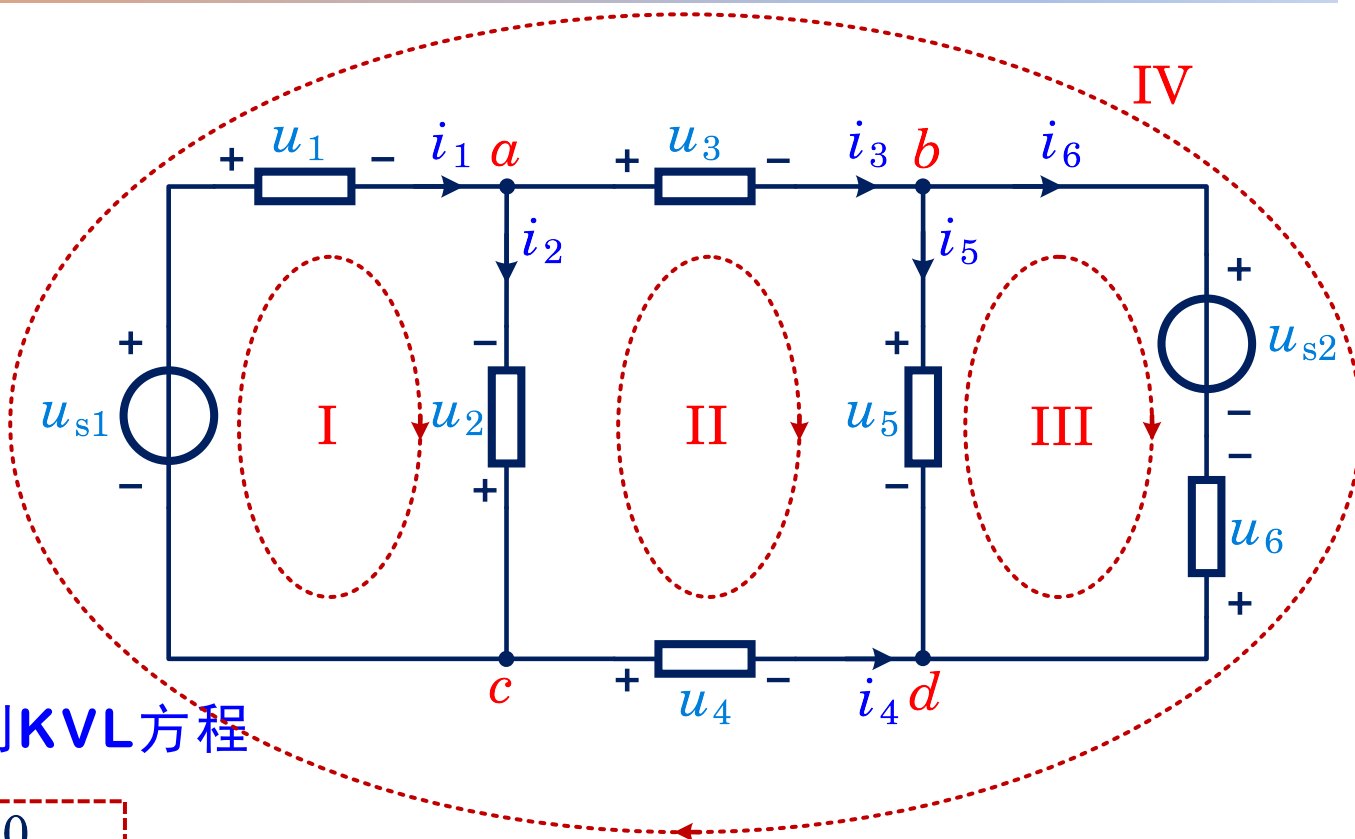
任意一个可由其他 3 个导出 \ggg 有 3 个相互独立方程

结论一： n 个结点，有 $n - 1$ 个相互独立的 KCL 方程

2.1.1 KCL和KVL方程的独立性

■ 图示电路有

- ✧ 结点 $n = 4$ 个
- ✧ 支路 $b = 6$ 条
- ✧ 回路 $l = 6$ 个
- ✧ 网孔 3 个



✧ 选4个回路列KVL方程

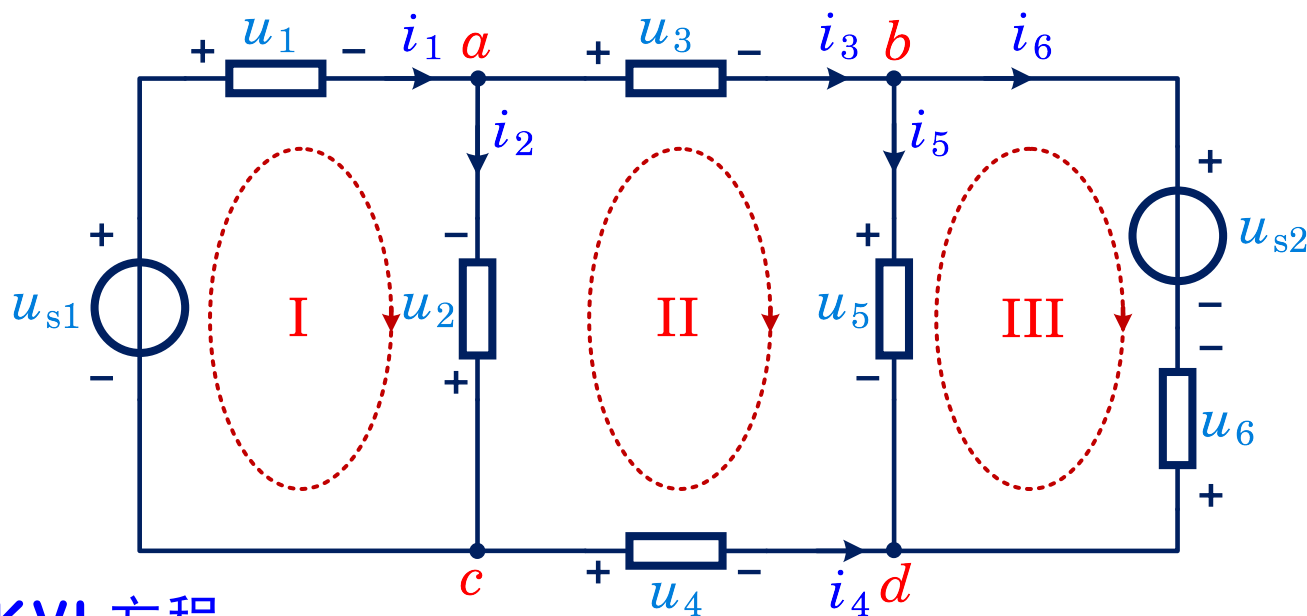
$$\begin{cases} u_1 - u_2 - u_{s1} = 0 \\ u_3 + u_5 - u_4 + u_2 = 0 \\ u_{s2} - u_6 - u_5 = 0 \\ u_1 + u_3 + u_{s2} - u_6 - u_4 - u_{s1} = 0 \end{cases}$$

任意一个可由其他 3 个导出 \ggg 有 3 个相互独立方程

2.1.1 KCL和KVL方程的独立性

■ 图示电路有

- ✧ 结点 $n = 4$ 个
- ✧ 支路 $b = 6$ 条
- ✧ 回路 $l = 6$ 个
- ✧ 网孔 3 个



✧ 选4个回路列KVL方程

结论二： n 个结点， b 条支路， 有 $b - n + 1$ 个相互独立的 KVL 方程

结论三： 上述相互独立的 KCL 方程数 + KVL 方程数 = 支路条数 b

结论四： 平面电路相互独立 KVL 方程数 = 网孔个数



2.1.2 支路电流法概述

■ 原理

- ◇ $n-1$ 个独立KCL方程
- ◇ $b-n+1$ 个独立KVL方程 ➡ 将各支路的VCR方程代入
- ◇ 获得：**以支路电流为变量的 b 个独立方程**

■ 特点

- ◇ 列写方程方便、直观，适用于支路数目不多的电路分析



2.1.2 支路电流法概述

■ 基本步骤

- ① 在电路图上标出各支路电流和电压的参考方向
- ② 从电路的 n 个结点中任选 $n-1$ 个结点列KCL方程
- ③ 选择 $b-n+1$ 个回路并指定绕行方向，结合VCR方程，列写用支路电流表示的KVL方程
- ④ 联立KCL和KVL方程（共 b 个方程）求解，得到 b 条支路电流
- ⑤ 利用支路电流求解其他量

2.1.2 支路电流法概述

例2-1

例 图示电路中，已知 $u_{s1} = 12\text{V}$ ， $u_{s2} = 20\text{V}$ ， $R_1 = 3\Omega$ ， $R_2 = 2\Omega$ ， $R_3 = 5\Omega$ ，用支路电流法求各支路电流。

- 解**
- (1) 标参考方向及电流符号
 - (2) 有 2 个结点，列 1 个 KCL 方程

$$i_1 = i_2 + i_3$$

- (3) 有 3 条支路，列 2 个 KVL 方程

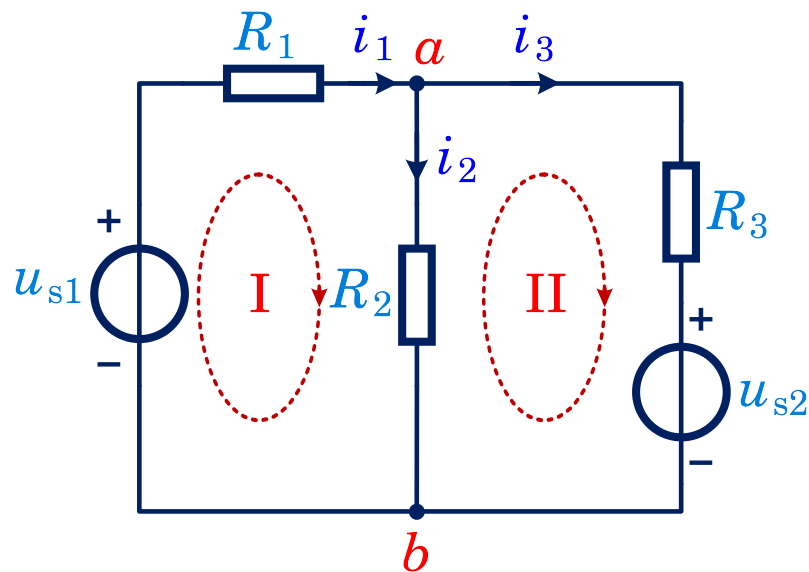
回路 I: $R_1 i_1 + R_2 i_2 - u_{s1} = 0$

$$\Rightarrow 3i_1 + 2i_2 - 12 = 0$$

回路 II: $u_{s2} + R_3 i_3 - R_2 i_2 = 0$

$$\Rightarrow 20 + 5i_3 - 2i_2 = 0$$

- (4) 联立 KCL 和 KVL 求解



$$i_1 = \frac{44}{31} \approx 1.42\text{A}$$

$$i_2 = \frac{120}{31} \approx 3.87\text{A}$$

$$i_3 = -\frac{76}{31} \approx -2.45\text{A}$$





2.1.3 支路电流法：含独立电流源电路

■ 含有独立电压源（见2.1.2节）

■ 含有独立电流源

- ✧ 独立电流源与电阻并联时，先将其等效为电压源与电阻串联即可
- ✧ 仅有独立电流源时（无伴电流源），电压无法表示（由外电路决定），需要特殊处理，两种方法：
 - ① 设独立电压源两端的电压（变量），将其当作电压源列写KVL方程，再令电流源所在支路电流等于电流源电流
 - ② 列KVL方程时，避开独立电流源所在支路，同时将电流源所在支路电流作为已知条件 ▲

2.1.3 支路电流法：含独立电流源电路

例2-2

例 利用支路电流法计算图示电路的电压 u 。

- 解**
- (1) 电源等效, $n = 2, b = 3$
 - (2) 标出支路电流
 - (3) 对结点 a 列 KCL 方程

$$i_1 = i_2 + i_3$$

- (4) 列 2 个 KVL 方程

回路 I: $4i_1 + 6i_1 + 2i_2 - 12 = 0$

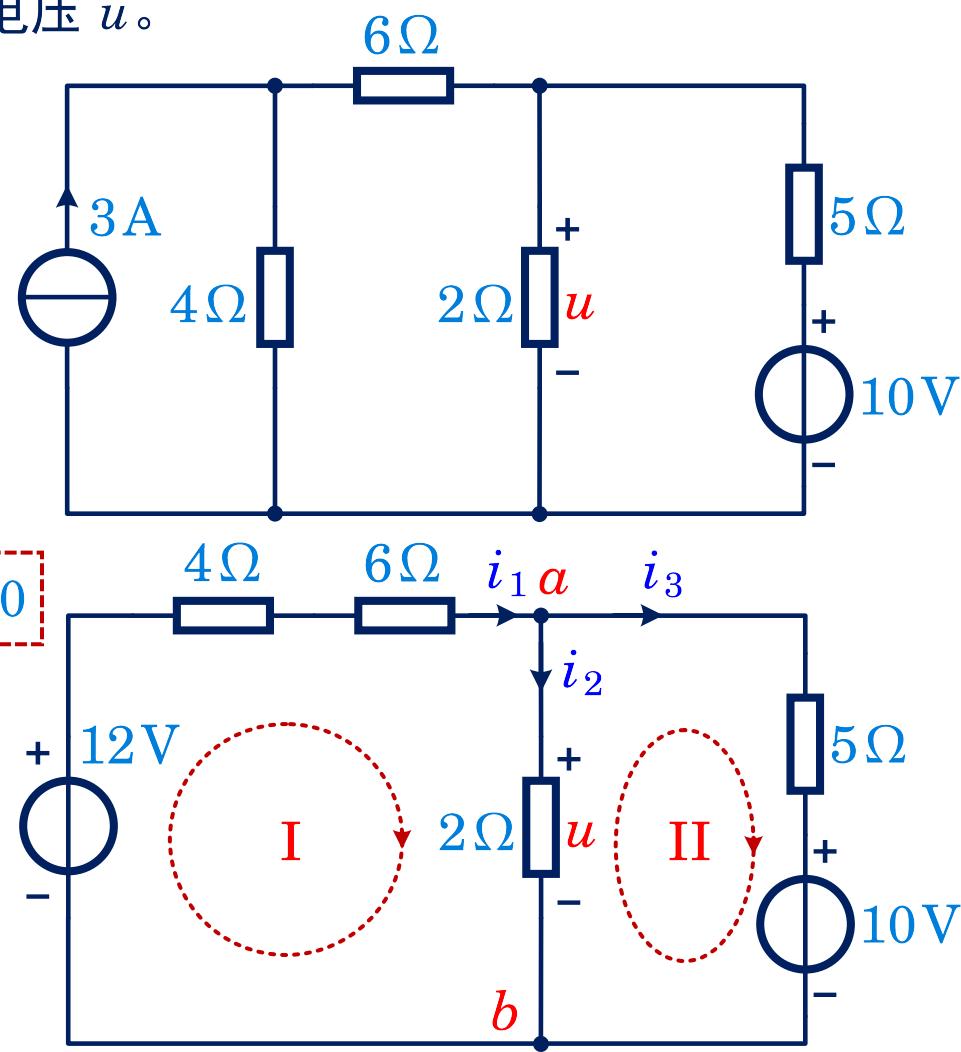
回路 II: $10 + 5i_3 - 2i_2 = 0$

- (5) 联立 KCL 和 KVL 求解

$$i_1 = 0.8A$$

$$i_2 = 2A \quad \gg \gg \quad u = 2i_2 = 4V$$

$$i_3 = -1.2A$$



2.1.3 支路电流法：含独立电流源电路

例2-3

例 利用支路电流法计算图示电路的各支路电流。

解 方法一： $n = 2, b = 3$

- (1) 设电流源两端电压 u
- (2) 对结点 a 列 KCL 方程

$$i_1 = i_2 + i_3$$

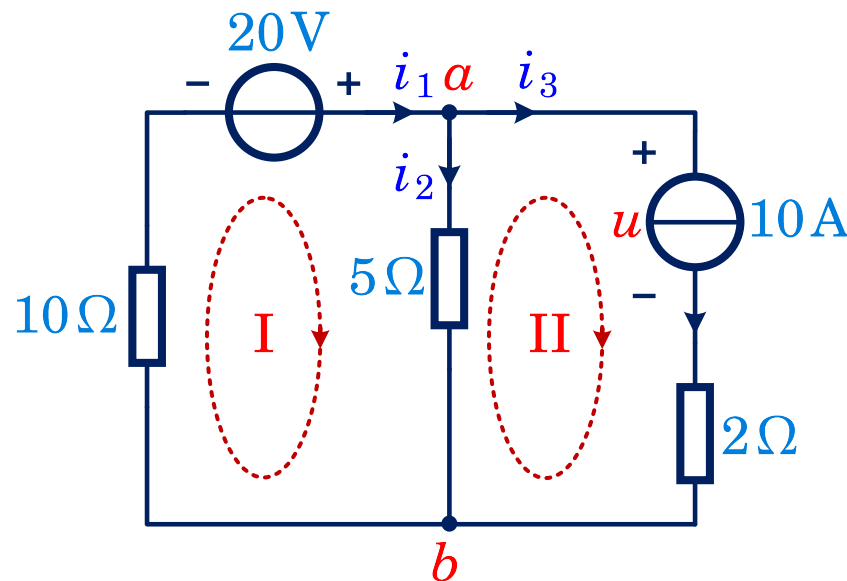
- (3) 列 2 个 KVL 方程

回路 I: $5i_2 + 10i_1 - 20 = 0$

回路 II: $u + 2i_3 - 5i_2 = 0$

- (4) 列 1 个补充方程

$$i_3 = 10A$$



- (5) 联立 KCL、KVL、增补方程求解

$$i_1 = \frac{14}{3} \approx 4.67A$$

$$i_2 = -\frac{16}{3} = -5.33A$$

$$i_3 = 10A$$

$$u = -\frac{140}{3} = 46.67V$$

2.1.3 支路电流法：含独立电流源电路

例2-3

例 利用支路电流法计算图示电路的各支路电流。

解 方法二： $n = 2, b = 3$

(1) 避开独立电流源所在支路

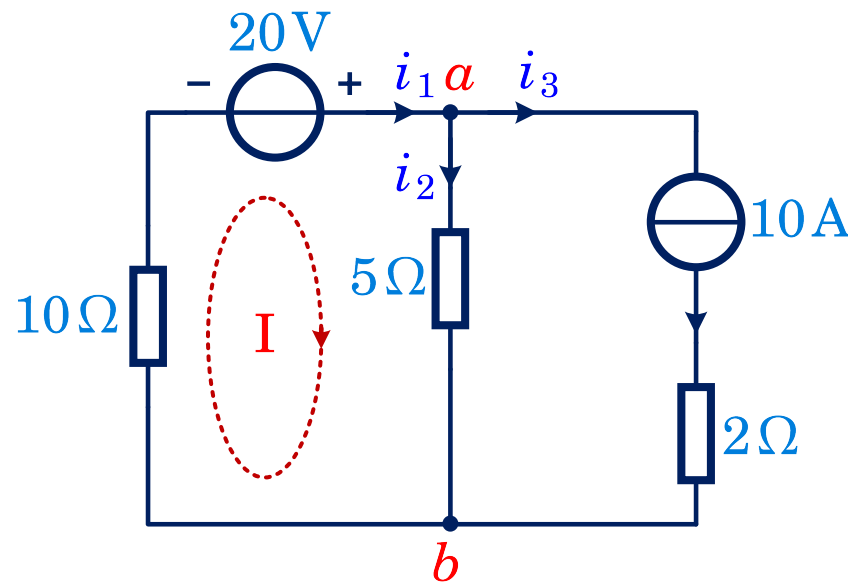
且 $i_3 = 10\text{A}$ (电流源电流)

(2) 对结点 a 列 KCL 方程

$$i_1 = i_2 + 10$$

(3) 列 1 个 KVL 方程 (左网孔)

回路 I: $5i_2 + 10i_1 - 20 = 0$



(4) 联立 KCL 和 KVL 求解

$$i_1 = \frac{14}{3} \approx 4.67\text{A}$$

$$i_2 = -\frac{16}{3} = -5.33\text{A}$$

$$i_3 = 10\text{A} \text{ (已知)}$$



2.1.4 支路电流法：含受控源电路

■ 含有受控源时，分两步列写方程

- ① 将受控源看作独立电源列写方程
 - 受控电压源时，同2.1.2节
 - 受控电流源时，同2.1.3节
- ② 补充方程以求解受控源的控制量
 - 控制量与支路电流之间的关系方程

2.1.4 支路电流法：含受控源电路

例2-4

例 利用支路电流法计算图示电路的支路电流。

解 (1) 对结点 a 列 KCL 方程

$$i_1 = i_2 + i_3$$

(2) 列 2 个 KVL 方程

网孔 I: $5i_2 + 10i_1 - 20 = 0$

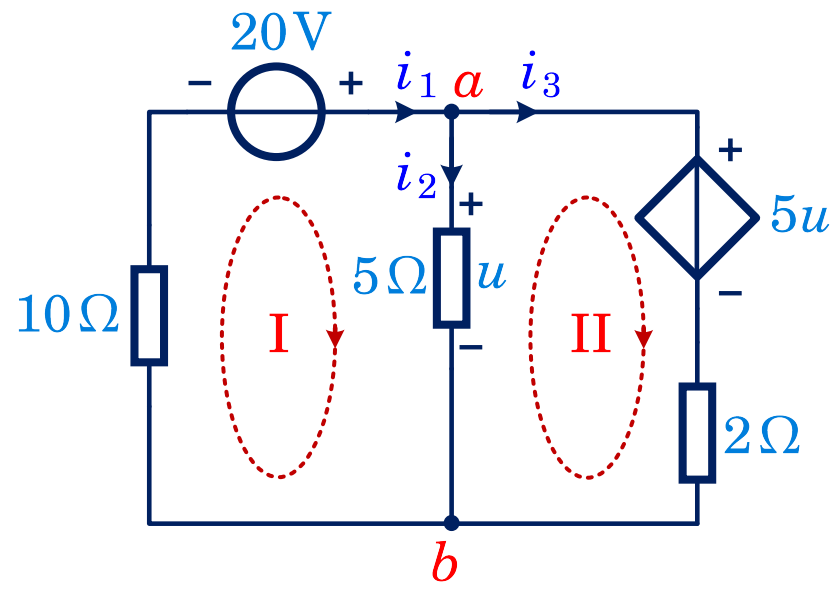
网孔 II: $5u + 2i_3 - 5i_2 = 0$

(3) 列关于 u 的增补方程

$$u = 5i_2$$

(5) 联立 KCL、KVL、增补方程求解

$$i_1 \approx 2.12\text{A} \quad i_2 = -0.24\text{A} \quad i_3 = 2.35\text{A}$$



控制量与支路电流之间的关系

2.1.4 支路电流法：含受控源电路

例2-5

例 利用支路电流法计算图示电路的支路电流。

解 (1) 避开受控电流源所在支路

且 $i_3 = 5u$ (电流源电流)

(2) 对结点 a 列 KCL 方程

$$i_1 = i_2 + 5u$$

(3) 列 1 个 KVL 方程 (左网孔)

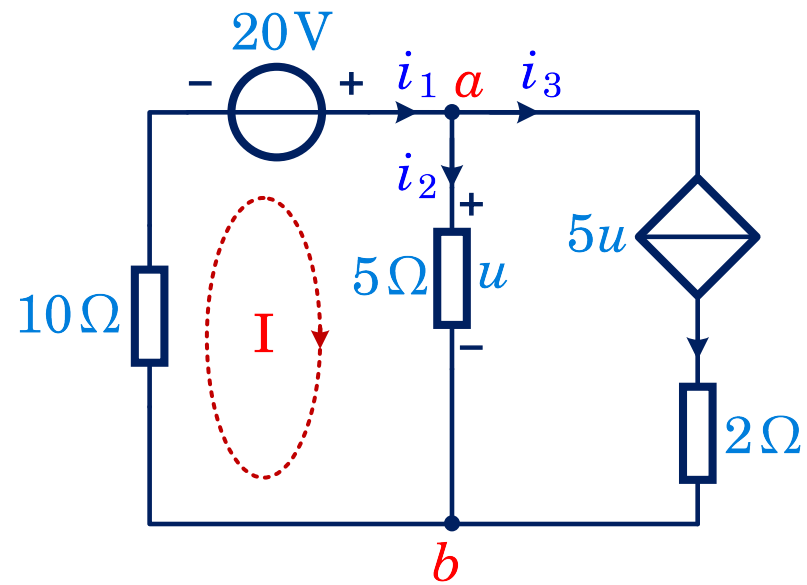
$$\text{网孔 I: } 5i_2 + 10i_1 - 20 = 0$$

(4) 列关于 u 的增补方程

$$u = 5i_2$$

(5) 联立 KCL、KVL、增补方程求解

$$i_1 \approx 1.96\text{A} \quad i_2 = 0.075\text{A} \quad i_3 = 1.89\text{A}$$



控制量与支路电流之间的关系



§2.2 网孔电流法

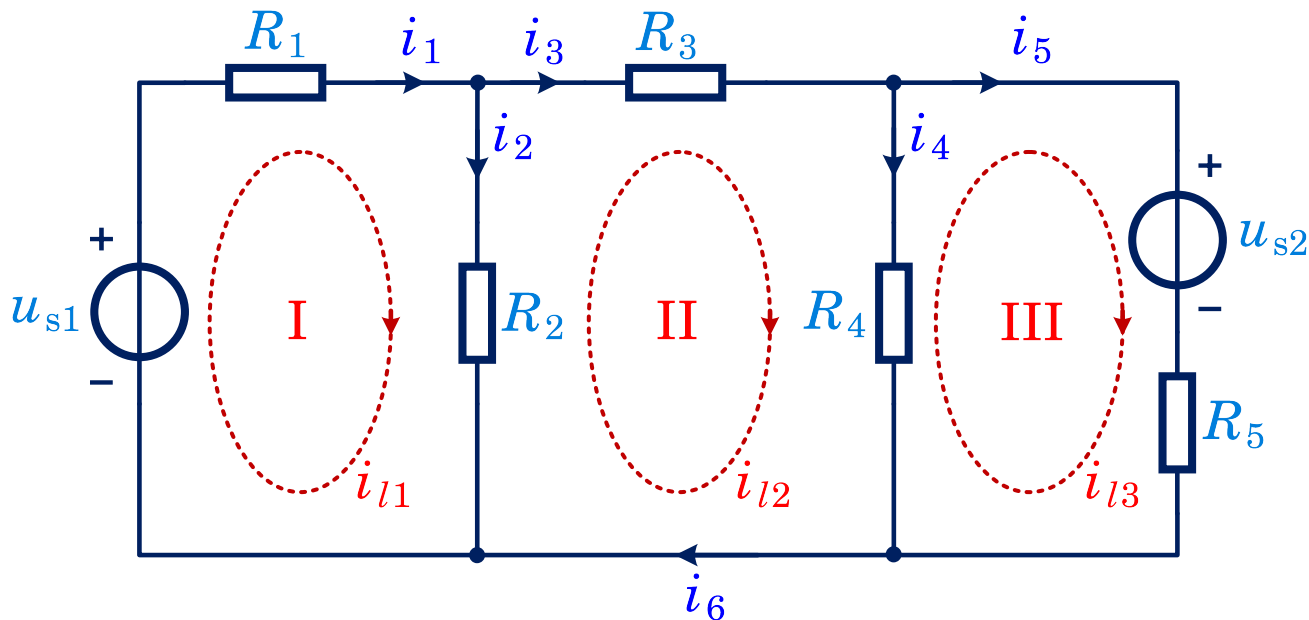
支路电流法适用于支路数较少的电路，而对于支路数较多的电路，所列方程数也较多求解较为复杂。网孔电流法可以较好地解决该问题。网孔电流法是指以网孔电流为变量列写方程求解参数的方法，适用于平面电路。

2.2.1 网孔电流法概述

基本思想

✧ 假设每个网孔中都有一个网孔电流，网孔电流沿着构成该网孔的各支路流动，则各支路电流可以用网孔电流的线性组合表示

原理



只需求出网孔电流，即可获得所有的支路电流



网孔电流 (3个)

$$i_{l1} \quad i_{l2} \quad i_{l3}$$

支路电流 (5/6个)

$$i_1 = i_{l1}$$

$$i_2 = i_{l1} - i_{l2}$$

$$i_3 = i_{l2}$$

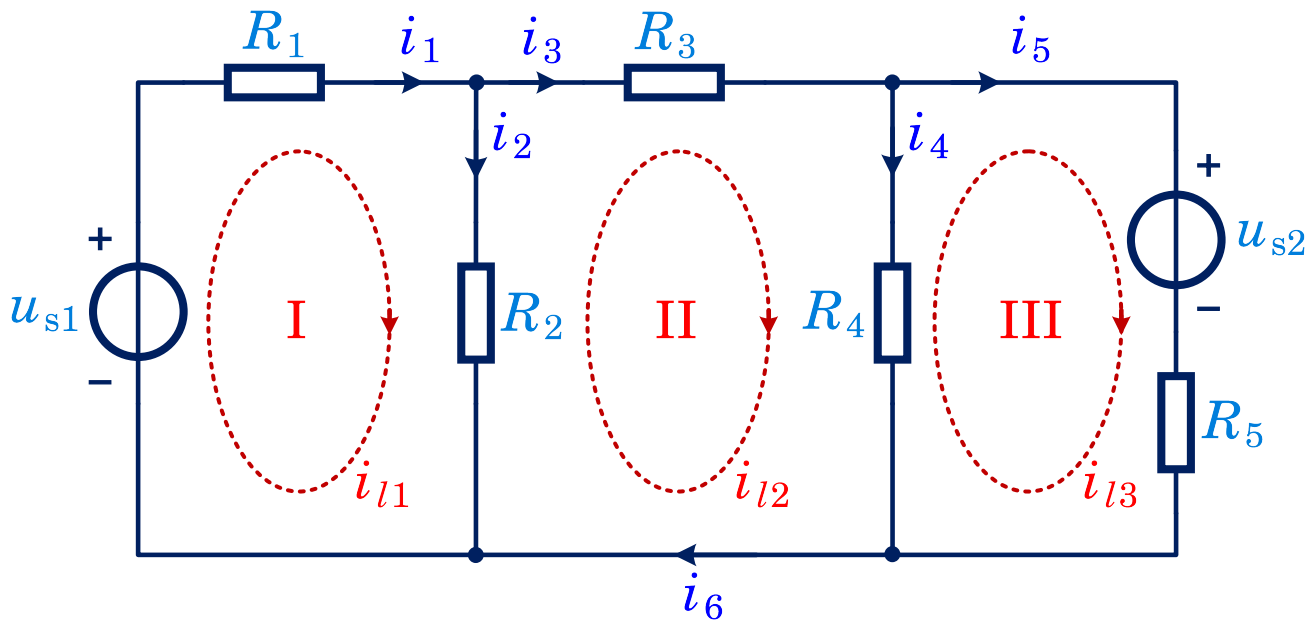
$$i_4 = i_{l2} - i_{l3}$$

$$i_5 = i_{l3}$$

$$i_6 = i_{l2}$$

2.2.1 网孔电流法概述

■ 原理



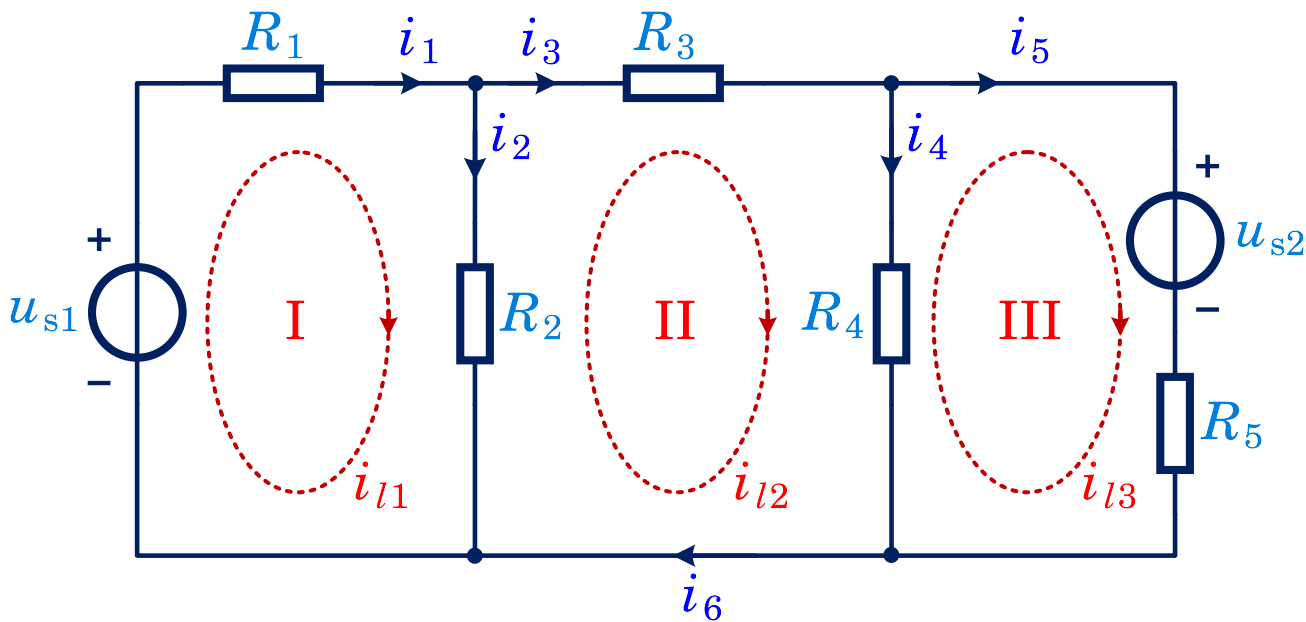
只需求出网孔电流，即可获得所有的支路电流

■ 结论

- ✧ 网孔电流的个数 = 网孔数 = 独立KVL方程数 = $b - n + 1$
- ✧ 减少的总方程数 = 支路电流法的KCL方程数
- ✧ 解法：**列关于网孔电流的KVL方程求解**

2.2.1 网孔电流法概述

■ 解法：列关于网孔电流的KVL方程求解



网孔 I: $R_1 i_{l1} + R_2 (i_{l1} - i_{l2}) - u_{s1} = 0$

网孔 II: $R_3 i_{l2} + R_4 (i_{l2} - i_{l3}) + R_2 (i_{l2} - i_{l1}) = 0$

网孔 III: $u_{s2} + R_5 i_{l3} + R_4 (i_{l3} - i_{l2}) = 0$

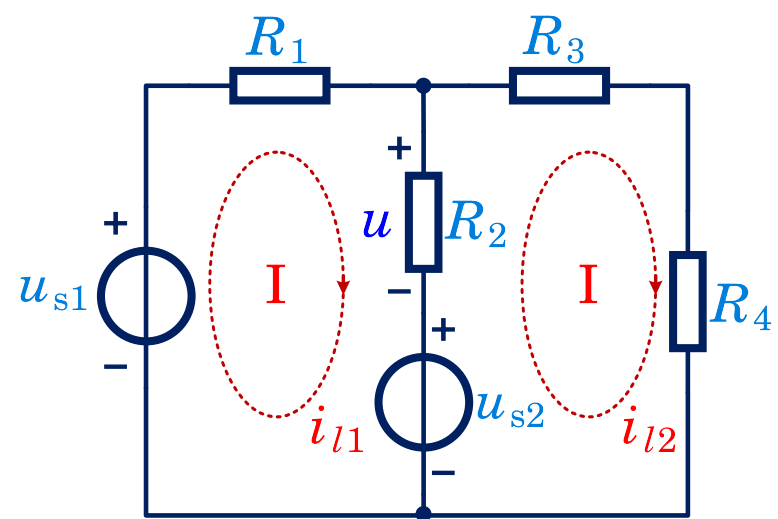
}} } $\ggg i_{l1}, i_{l2}, i_{l3}$

2.2.1 网孔电流法概述

例2-6

例 图示电路中，已知 $u_{s1} = 3V$ ， $u_{s2} = 1V$ ， $R_1 = R_3 = R_4 = 1\Omega$ ， $R_2 = 2\Omega$ ，利用网孔电流法计算 R_2 两端的电压 u 。

- 解**
- (1) 标注两个网孔及网孔电流
 - (2) 列 2 个 KVL 方程



网孔 I:

$$R_1 i_{l1} + R_2(i_{l1} - i_{l2}) + u_{s2} - u_{s1} = 0$$

$$\Rightarrow 3i_{l1} - 2i_{l2} = 2$$

网孔 II:

$$(R_3 + R_4)i_{l2} - u_{s2} + R_2(i_{l2} - i_{l1}) = 0$$

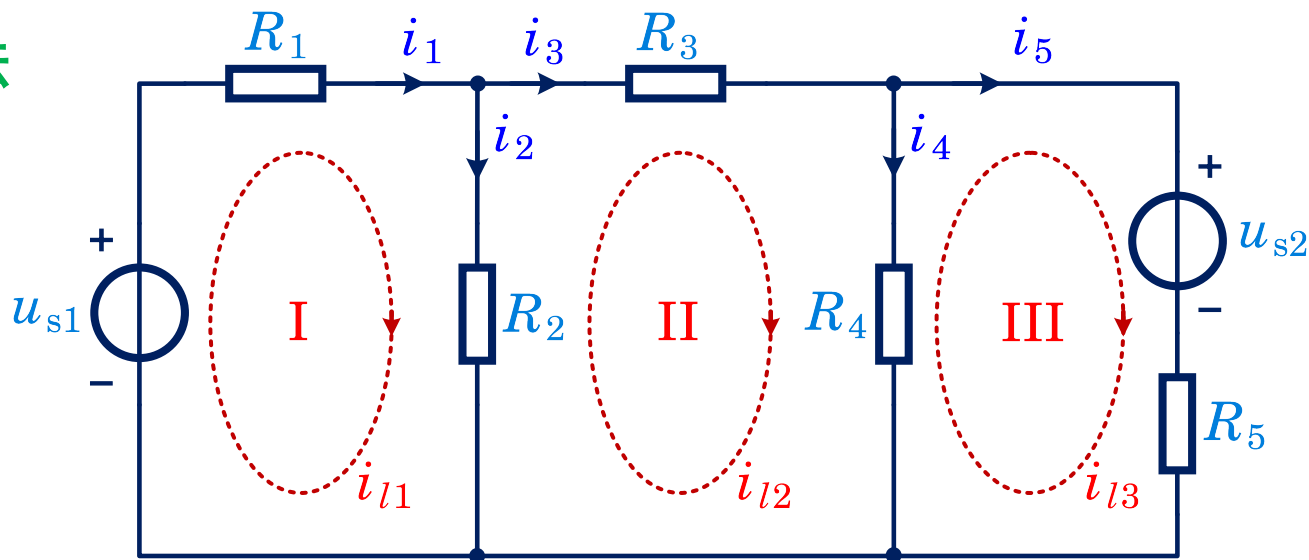
$$\Rightarrow 4i_{l2} - 2i_{l1} = 1$$

(3) 联立求解

$$\ggg \begin{matrix} i_{l1} = 1.25A \\ i_{l2} = 0.875A \end{matrix} \ggg u = R_2(i_{l1} - i_{l2}) = 0.75V$$

2.2.1 网孔电流法概述：观察法

■ 观察法



网孔 I: $R_1 i_{l1} + R_2(i_{l1} - i_{l2}) - u_{s1} = 0$

网孔 II: $R_3 i_{l2} + R_4(i_{l2} - i_{l3}) + R_2(i_{l2} - i_{l1}) = 0$

网孔 III: $u_{s2} + R_5 i_{l3} + R_4(i_{l3} - i_{l2}) = 0$

网孔 I: $(R_1 + R_2)i_{l1} - R_2 i_{l2} = u_{s1}$

网孔 II: $-R_2 i_{l1} + (R_2 + R_3 + R_4)i_{l2} - R_4 i_{l3} = 0$

网孔 III: $-R_4 i_{l2} + (R_4 + R_5)i_{l3} = -u_{s2}$

2.2.1 网孔电流法概述：观察法

■ 观察法

≡ 一般形式 ≡

网孔 I: $(R_1 + R_2)i_{l1} - R_2i_{l2} = u_{s1}$

网孔 II: $-R_2i_{l1} + (R_2 + R_3 + R_4)i_{l2} - R_4i_{l3} = 0$

网孔 III: $-R_4i_{l2} + (R_4 + R_5)i_{l3} = -u_{s2}$

$$R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + R_{13}i_{l3} = u_{s11}$$

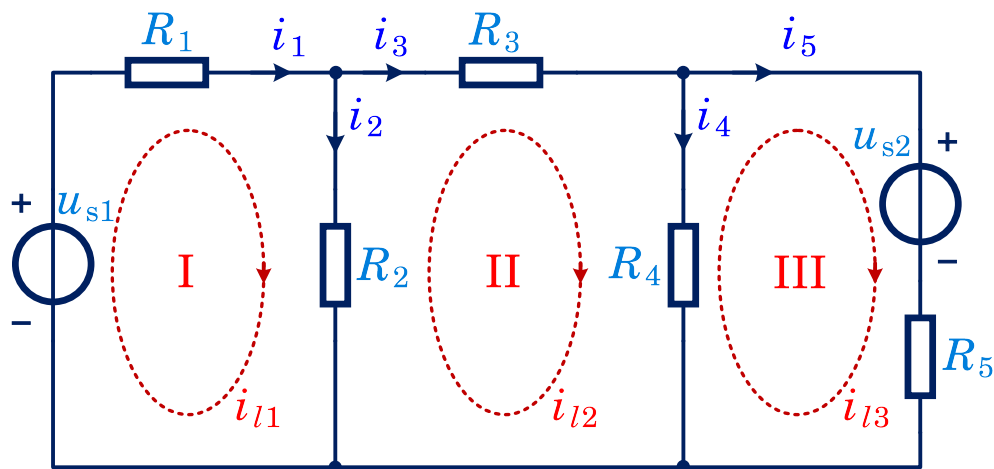
$$R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + R_{23}i_{l3} = u_{s22}$$

$$R_{31}i_{l1} + R_{32}i_{l2} + R_{33}i_{l3} = u_{s33}$$

	自电阻	互电阻	等效电压源	说明
网孔 I:	$R_1 + R_2$	$-R_2$	u_{s1}	
网孔 II:	$R_2 + R_3 + R_4$	$-R_2, -R_4$	0	
网孔 III:	$R_4 + R_5$	$-R_4$	$-u_{s2}$	

2.2.1 网孔电流法概述：观察法

	自电阻	互电阻	等效电压源	说明
网孔 I:	$R_1 + R_2$	$-R_2$	u_{s1}	I 与 II 之间 非关联参考方向
网孔 II:	$R_2 + R_3 + R_4$	$-R_2, -R_4$	0	II 与 I、III 之间 无电压源
网孔 III:	$R_4 + R_5$	$-R_4$	$-u_{s2}$	III 与 II 之间 关联参考方向



≡ 一般形式 ≡

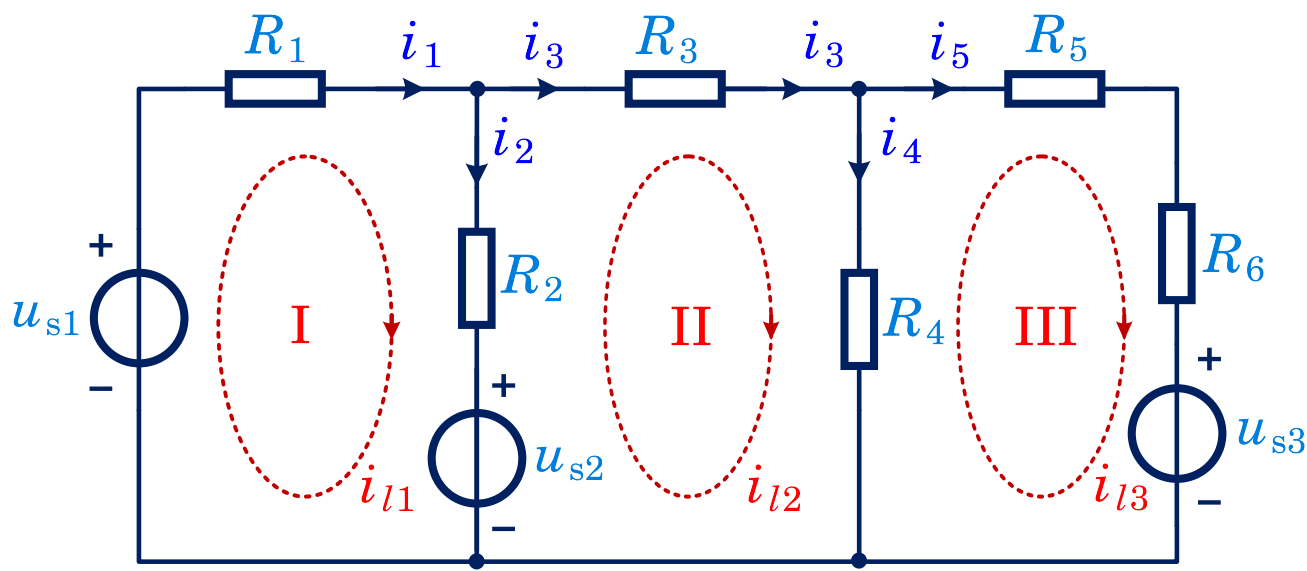
$$\begin{aligned}
 R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + R_{13}i_{l3} &= u_{s11} \\
 R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + R_{23}i_{l3} &= u_{s22} \\
 R_{31}i_{l1} + R_{32}i_{l2} + R_{33}i_{l3} &= u_{s33}
 \end{aligned}$$

- ✧ 自电阻恒正；互电阻看关联的两个回路电流方向，同正，反负
- ✧ 等效电压源看参考方向，非关联为正，关联为负

2.2.1 网孔电流法概述：观察法

例2-7

例 图示电路中，已知 $u_{s1} = 20V$, $u_{s2} = 10V$, $u_{s3} = 5V$, $R_1 = R_3 = 6\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_4 = 10\Omega$, $R_5 = 2\Omega$, $R_6 = 8\Omega$ ，利用网孔电流法求各支路电流。



$$\begin{cases} i_1 = i_{l1} \\ i_2 = i_{l1} - i_{l2} \\ i_3 = i_{l2} \\ i_4 = i_{l2} - i_{l3} \\ i_5 = i_{l3} \end{cases}$$

解

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)i_{l1} - R_2i_{l2} = u_{s1} - u_{s2} \\ -R_2i_{l1} + (R_2 + R_3 + R_4)i_{l2} - R_4i_{l3} = u_{s2} \\ -R_4i_{l2} + (R_4 + R_5 + R_6)i_{l3} = -u_{s3} \end{cases} \ggg \begin{cases} 10i_{l1} - 4i_{l2} = 10 \\ -4i_{l1} + 20i_{l2} - 10i_{l3} = 10 \\ -10i_{l2} + 20i_{l3} = -5 \end{cases}$$

2.2.1 网孔电流法概述：观察法

例2-7

例 图示电路中，已知 $u_{s1} = 20\text{V}$ ， $u_{s2} = 10\text{V}$ ， $u_{s3} = 5\text{V}$ ， $R_1 = R_3 = 6\Omega$ ， $R_2 = 4\Omega$ ， $R_4 = 10\Omega$ ， $R_5 = 2\Omega$ ， $R_6 = 8\Omega$ ，利用网孔电流法求各支路电流。

解

$$\begin{cases} 10i_{l1} - 4i_{l2} = 10 \\ -4i_{l1} + 20i_{l2} - 10i_{l3} = 10 \\ -10i_{l2} + 20i_{l3} = -5 \end{cases} \quad \ggg \quad \begin{cases} 5i_{l1} - 2i_{l2} = 5 \\ -2i_{l1} + 10i_{l2} - 5i_{l3} = 5 \\ -2i_{l2} + 4i_{l3} = -1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} i_1 = i_{l1} = 1.34\text{A} \\ i_1 = i_{l1} - i_{l2} = 0.48\text{A} \\ i_3 = i_{l2} = 0.86\text{A} \\ i_4 = i_{l2} - i_{l3} = 0.68\text{A} \\ i_5 = i_{l3} = 0.18\text{A} \end{cases} \quad \lll \quad \begin{cases} i_{l1} = 1.34\text{A} \\ i_{l2} = 0.86\text{A} \\ i_{l3} = 0.18\text{A} \end{cases}$$

2.2.2 网孔电流法：含独立电流源电路

例2-8

✧ 含有无伴电流源：独立电流源只属于一个网孔时

- 该网孔电流 = 电流源电流（注意方向）

例 利用网孔电流法求图中所示电路的电流 i 。

解 (1) 网孔 II 的网孔电流为

$$i_{l2} = -2A$$

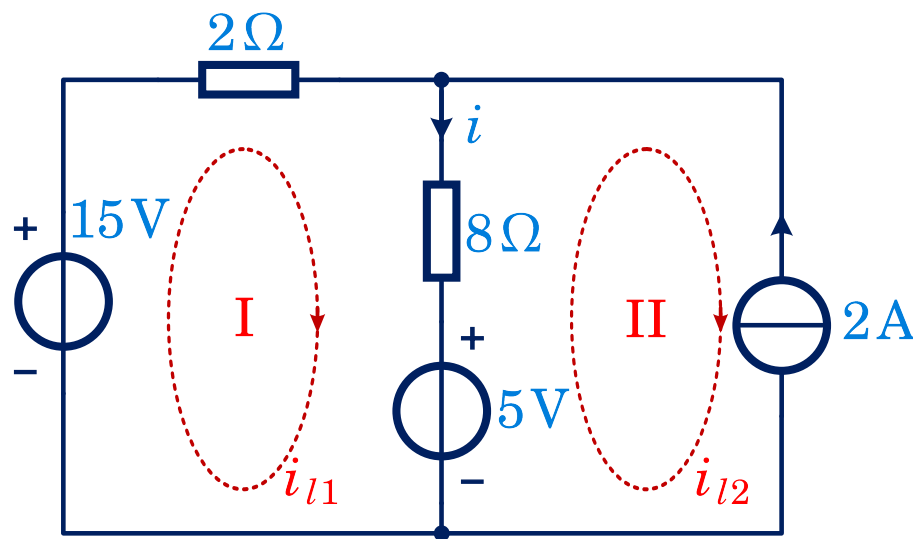
(2) 网孔 I 的网孔电流方程

$$(2 + 8)i_{l1} - 8i_{l2} = 15 - 5$$

$$\Rightarrow i_{l1} = -0.6A$$

(3) 计算电流

$$i = i_{l1} - i_{l2} = 1.4A$$



2.2.2 网孔电流法：含独立电流源电路

例2-9

◇ **含有无伴电流源**：独立电流源属于**两个网孔**时

① 假设电流源两端电压

② 列增补方程：**电流源上流过的网孔电流代数和**

例 利用网孔电流法求图中所示电路的电压 u 。

解 (1) 列网孔电流方程

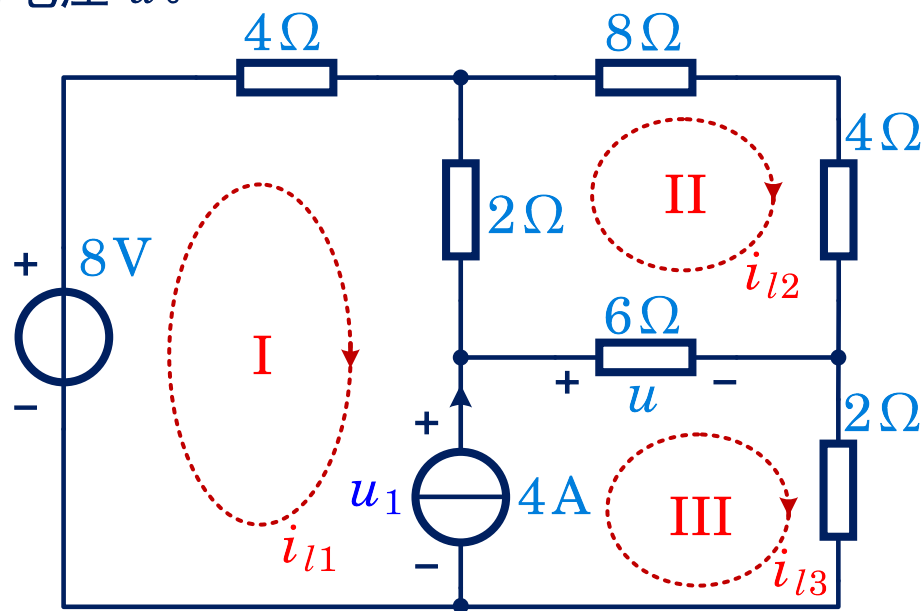
$$\begin{cases} (4+2)i_{l1} - 2i_{l2} = 8 - u_1 \\ -2i_{l1} + (8+4+6+2)i_{l2} - 6i_{l3} = 0 \\ -6i_{l2} + (6+2)i_{l3} = u_1 \end{cases}$$

(2) 列增补方程

$$4 = i_{l3} - i_{l1}$$

(3) 联立 4 个方程求解

$$i_{l1} = -1.33\text{A} \quad i_{l2} = 0.67\text{A} \quad i_{l3} = 2.67\text{A} \quad u = 6\Omega \times (i_{l3} - i_{l2}) = 12\text{V}$$



2.2.2 网孔电流法：含独立电流源电路

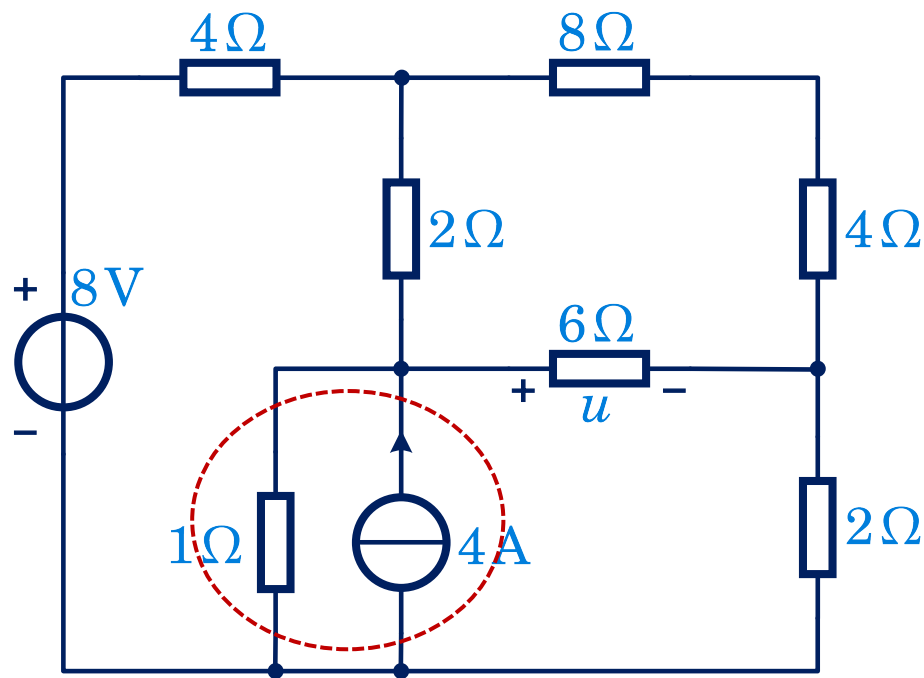
例2-10

✧ 含有独立电流源与电阻并联

- 先进行电源等效变换（注意对外等效，对电源内部不等效）

例 利用网孔电流法求图中所示电路的电压 u 。

解 (1) 先进行电源等效



2.2.2 网孔电流法：含独立电流源电路

例2-10

含有独立电流源与电阻并联

- 先进行电源等效变换（注意对外等效，对电源内部不等效）

例 利用网孔电流法求图中所示电路的电压 u 。

解 (1) 先进行电源等效

(2) 列网孔电流方程

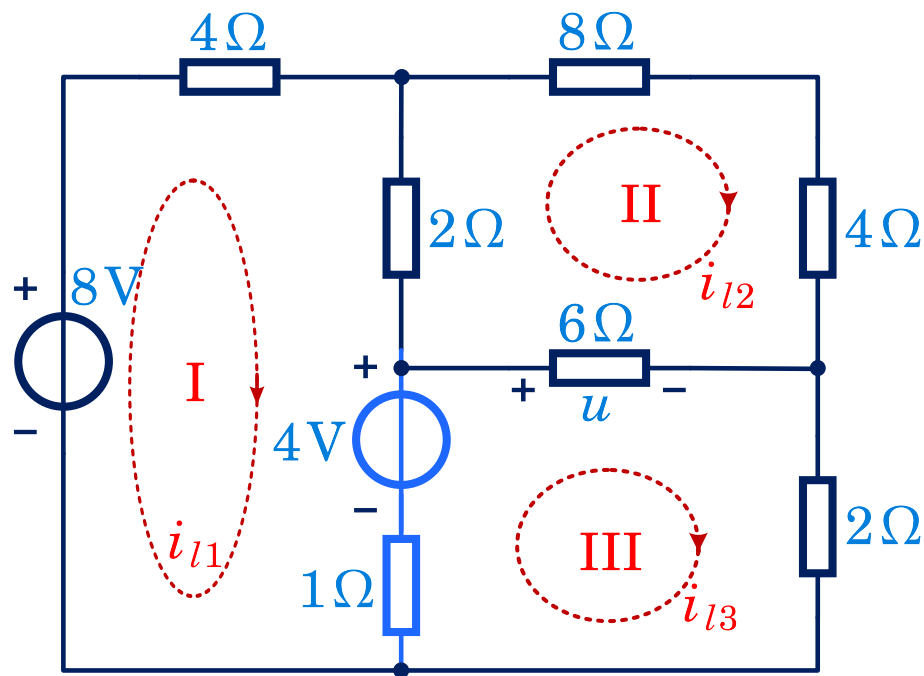
$$\begin{cases} (4 + 2 + 1)i_{l1} - 2i_{l2} - i_{l3} = 8 - 4 \\ -2i_{l1} + (8 + 4 + 6 + 2)i_{l2} - 6i_{l3} = 0 \\ -i_{l1} - 6i_{l2} + (6 + 2 + 1)i_{l3} = 4 \end{cases}$$

(3) 联立 3 个方程求解

$$i_{l1} = 0.759 \text{ A}$$

$$i_{l2} = 0.293 \text{ A}$$

$$i_{l3} = 0.724 \text{ A} \quad u = 6\Omega \times (i_{l3} - i_{l2}) = 2.586 \text{ V}$$





2.2.3 网孔电流法：含受控源电路

■ 含有受控源时

- ① 将受控源看作独立电源列写方程
 - 受控电压源时，同2.2.1节
 - 受控电流源时，同2.2.2节
- ② 补充方程以求解受控源的控制量
 - 控制量与网孔电流之间的关系方程

2.2.3 网孔电流法：含受控源电路

例2-11

例 列写图示电路的网孔电流方程。

解 (1) 网孔电流方程

网孔 I:

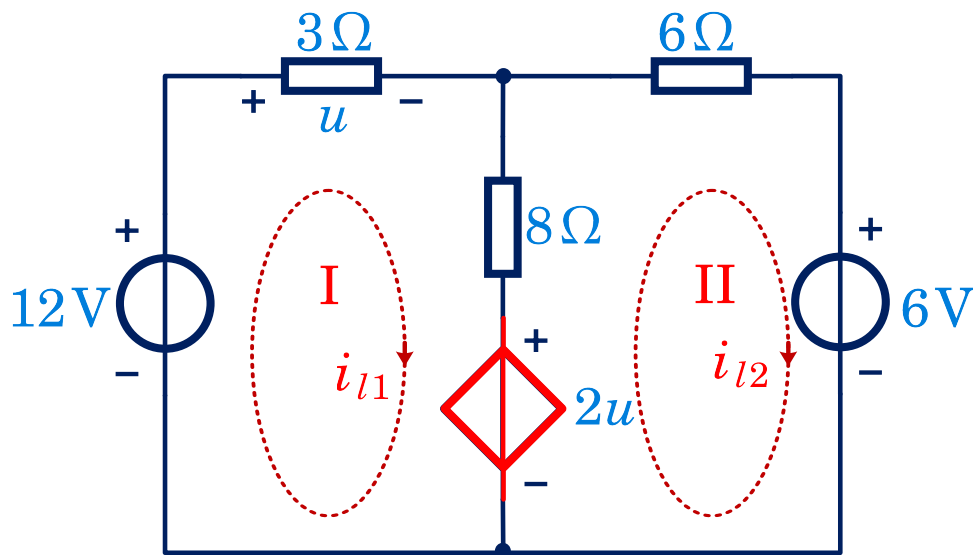
$$(3 + 8)i_{l1} - 8i_{l2} = 12 - 2u$$

网孔 II:

$$-8i_{l1} + (8 + 6)i_{l2} = 2u - 6$$

(2) 增补方程

$$u = 3i_{l1}$$



控制量与网孔电流之间的关系

2.2.3 网孔电流法：含受控源电路

例2-12

例 列写图示电路的网孔电流方程。

解 (1) 设电流源两端电压 u

(2) 网孔电流方程

网孔 I:

$$(3 + 8)i_{l1} - 8i_{l2} = 12 - u$$

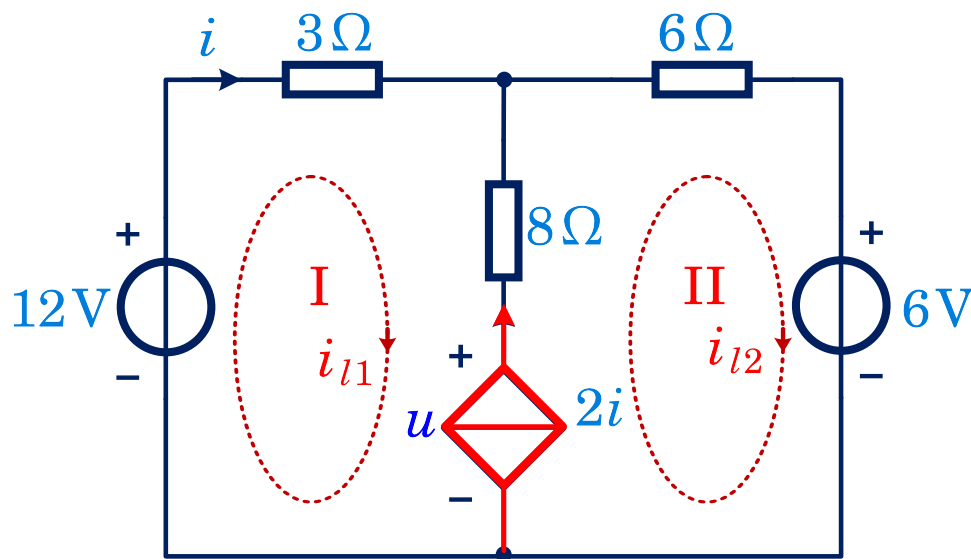
网孔 II:

$$-8i_{l1} + (8 + 6)i_{l2} = u - 6$$

(2) 增补方程

$$2i = i_{l2} - i_{l1}$$

$$i = i_{l1}$$



电流源电流与网孔电流之间的关系

控制量与网孔电流之间的关系



2.2.4 回路电流法

■ 原理

- ◇ 包括网孔电流法
- ◇ 以 $b - n + 1$ 个独立回路电流作为未知变量，列写KVL方程求解

■ 优点

- ◇ 比网孔电流法更强的灵活性
 - 例如：选独立回路时，让电流源支路仅属于一个回路，此时电流源电流作为回路电流，从而少列回路方程数
- ◇ 适用范围不局限于平面电路

2.2.4 回路电流法

例2-13

例 用回路电流法计算图示电路中的电压 u 。

解 (1) 选取 3 个独立回路
电流源只属于回路 I

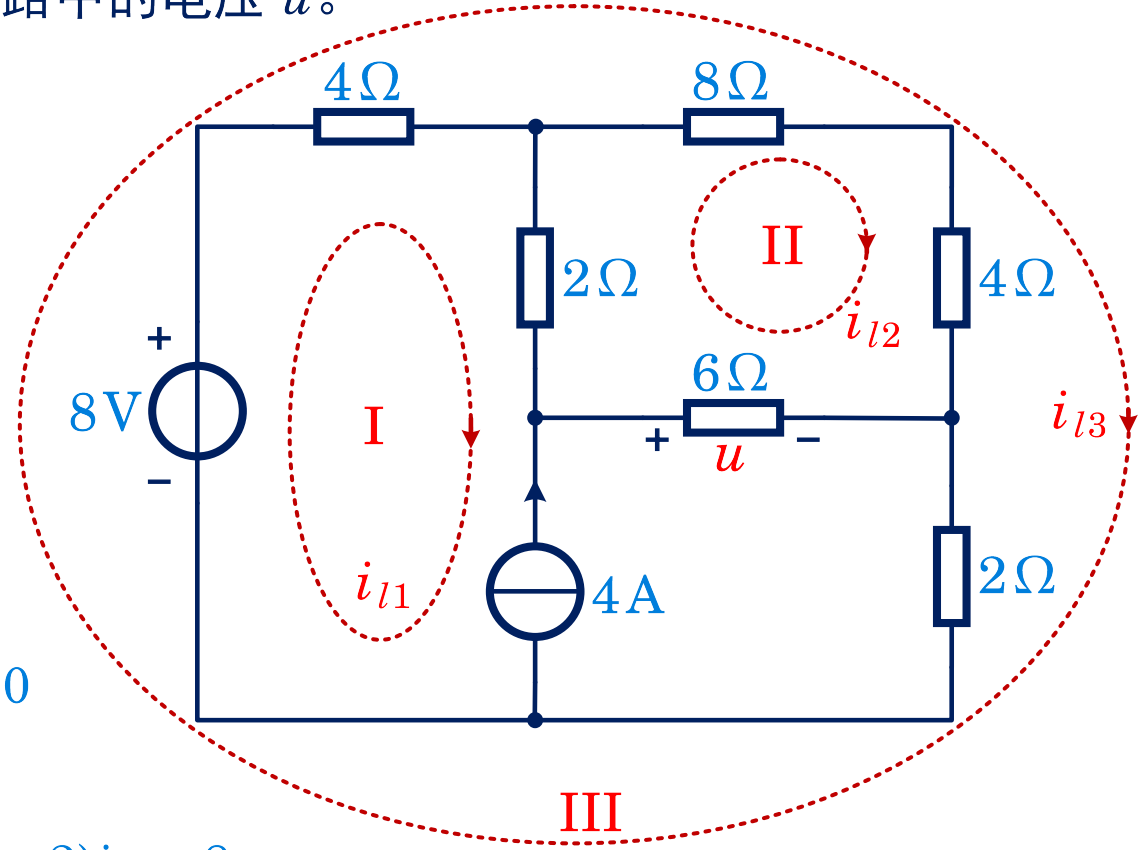
(2) 回路电流方程

回路 I:
 $i_{l1} = -4A$

回路 II:
 $-2i_{l1} + 20i_{l2} + (8 + 4)i_{l3} = 0$

回路 III:
 $4i_{l1} + (8 + 4)i_{l2} + (4 + 8 + 4 + 2)i_{l3} = 8$

(3) 联立求解: $i_{l2} = -2A$ $i_{l3} = 2.67A$ \ggg $u = -6i_{l2} = 12V$





§2.3 结点电压法



2.3.1 结点电压法概述

■ 结点电压

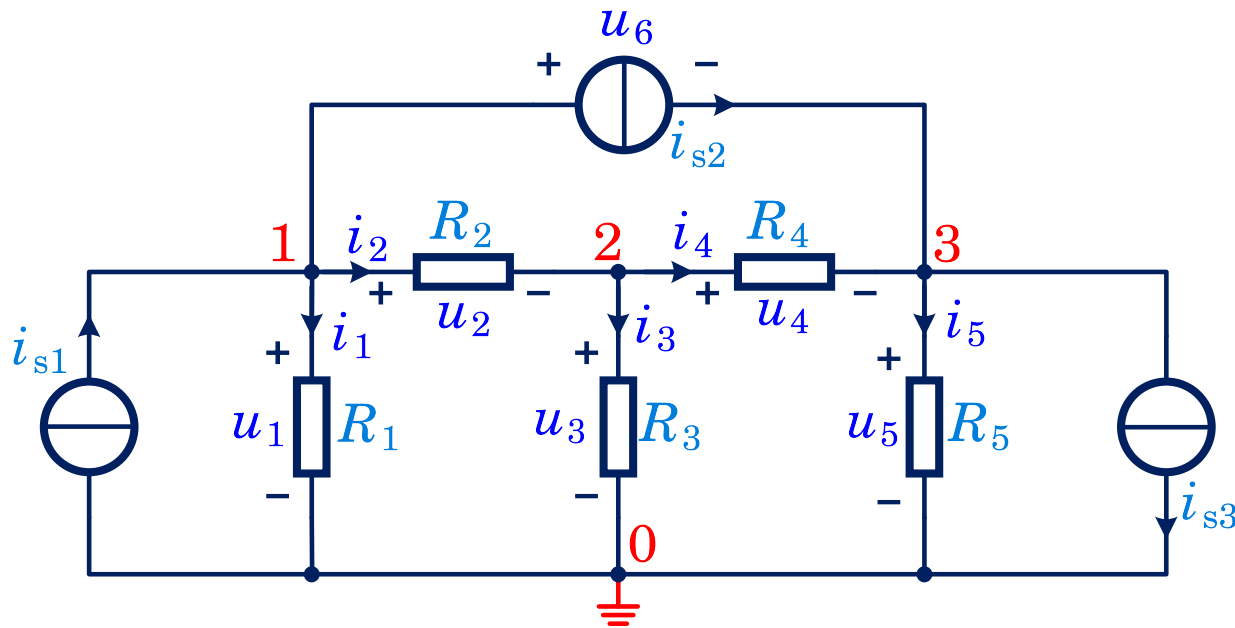
- ✧ 以其中一个结点作为参考点，其余结点相对于参考点的电压
 - 参考点用接地表示，电位为0
 - 显然：各结点电压 = 各结点电位

■ 基本思想

- ✧ 以结点电压为未知变量，对结点列写KCL方程

2.3.1 结点电压法概述

■ 原理



只需求出结点电压，即可获得所有的支路电压



结点电压 (3 个)

$$u_{n1} \quad u_{n2} \quad u_{n3}$$

支路电压 (6 个)

$$u_1 = u_{n1}$$

$$u_2 = u_{n1} - u_{n2}$$

$$u_3 = u_{n2}$$

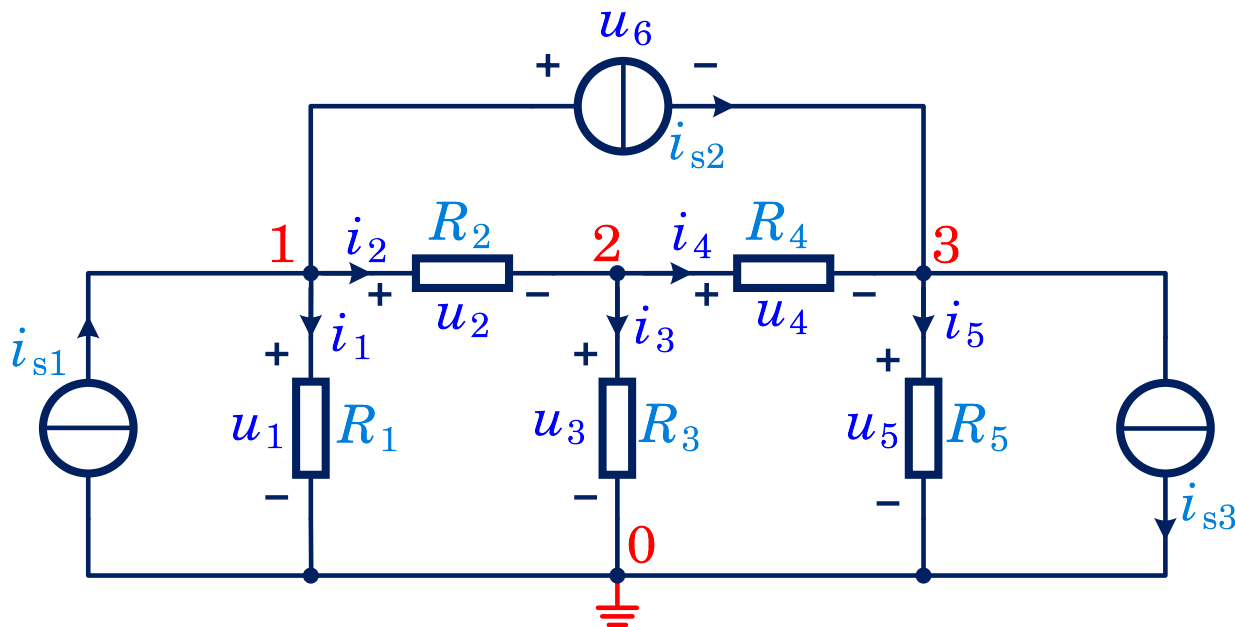
$$u_4 = u_{n2} - u_{n3}$$

$$u_5 = u_{n3}$$

$$u_6 = u_{n1} - u_{n3}$$

2.3.1 结点电压法概述

■ 原理



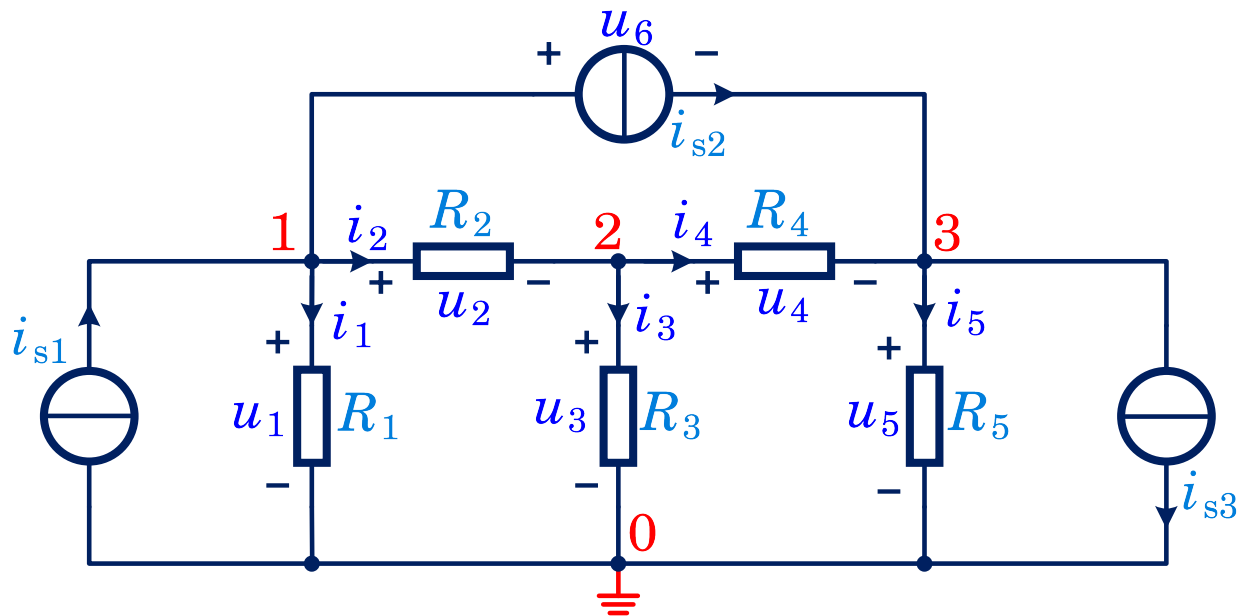
只需求出结点电压，即可获得所有的支路电压

■ 结论

- ✧ 结点电压的个数 = 结点数减1 = 独立KCL方程数 = $n - 1$
- ✧ 结点电压方程数 + 网孔电流方程数 = 支路条数 👉 选取方法依据
- ✧ 解法：**列关于结点电压的KCL方程求解**

2.3.1 结点电压法概述

✧ 解法：列关于结点电压的KCL方程求解



$$\begin{cases} i_{s1} = i_1 + i_2 + i_{s2} \\ i_2 = i_3 + i_4 \\ i_{s2} + i_4 = i_5 + i_{s3} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{结点 1: } i_{s1} &= \frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} + i_{s2} \\ \text{结点 2: } \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} &= \frac{u_{n2}}{R_3} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_4} \\ \text{结点 3: } i_{s2} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_4} &= \frac{u_{n3}}{R_5} + i_{s3} \end{aligned} \right\}$$

»» u_{n1} 、 u_{n2} 、 u_{n3}

2.3.1 结点电压法概述

例2-14

例 图示电路中，已知 $i_{s1} = 6A$ ， $i_{s2} = 12A$ ， $R_1 = 2\Omega$ ， $R_2 = 3\Omega$ ， $R_3 = 6\Omega$ ，利用结点电压法计算各结点电压。

- 解**
- (1) 标注参考结点和两个独立结点
 - (2) 列 2 个 KCL 方程

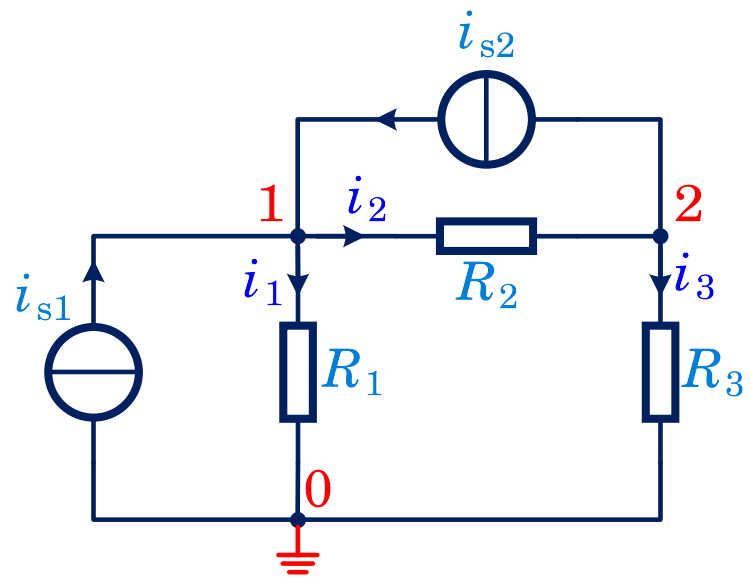
结点 1: $i_{s1} + i_{s2} = \frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2}$

$\Rightarrow \frac{5}{6}u_{n1} - \frac{1}{3}u_{n2} = 18$

结点 2: $\frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} = i_{s2} + \frac{u_{n2}}{R_3}$

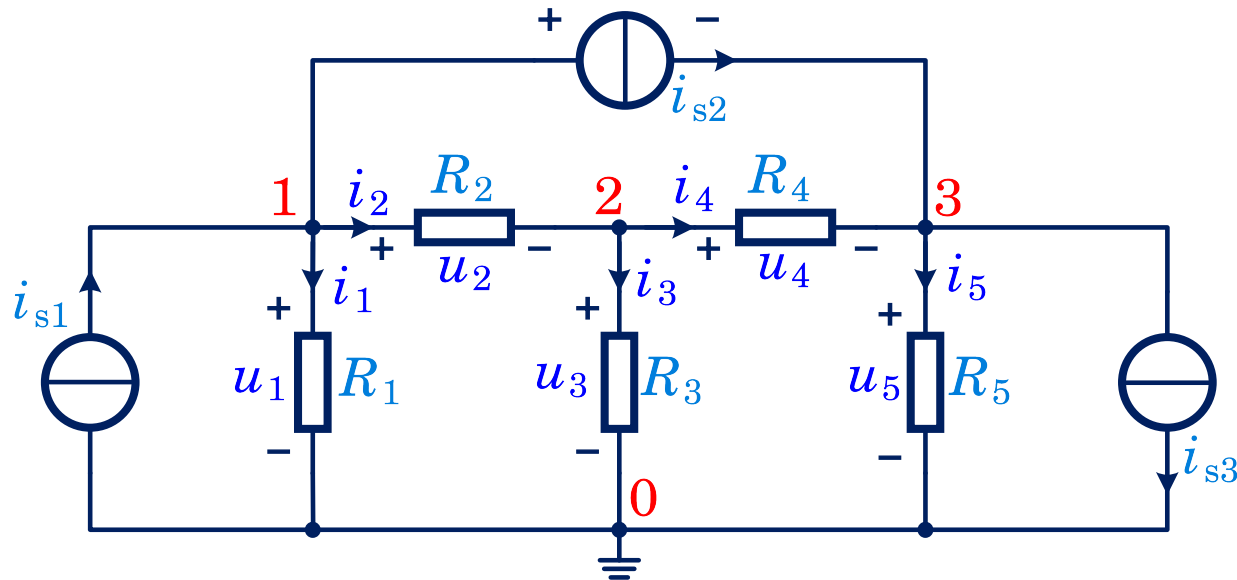
$\Rightarrow \frac{1}{3}u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} = 12$

(3) 联立求解 $\ggg u_{n1} = 16.364V \quad u_{n2} = -13.091V$



2.3.1 结点电压法概述：观察法

■ 观察法



结点 1:
$$i_{s1} = \frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} + i_{s2}$$

结点 2:
$$\frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} = \frac{u_{n2}}{R_3} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_4}$$

结点 3:
$$i_{s2} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_4} = \frac{u_{n3}}{R_5} + i_{s3}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_2} u_{n2} = i_{s1} - i_{s2}$$

$$-\frac{1}{R_2} u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_{n2} - \frac{1}{R_4} u_{n3} = 0$$

$$-\frac{1}{R_4} u_{n2} + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) u_{n3} = i_{s2} - i_{s3}$$



2.3.1 结点电压法概述：观察法

■ 观察法

$$\text{结点 1: } \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u_{n1} - \frac{1}{R_2} u_{n2} = i_{s1} - i_{s2}$$

$$\text{结点 2: } -\frac{1}{R_2} u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_{n2} - \frac{1}{R_4} u_{n3} = 0$$

$$\text{结点 3: } -\frac{1}{R_4} u_{n2} + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) u_{n3} = i_{s2} - i_{s3}$$



$$\text{结点 1: } (G_1 + G_2) u_{n1} - G_2 u_{n2} = i_{s1} - i_{s2}$$

$$\text{结点 2: } -G_2 u_{n1} + (G_2 + G_3 + G_4) u_{n2} - G_4 u_{n3} = 0$$

$$\text{结点 3: } -G_4 u_{n2} + (G_4 + G_5) u_{n3} = i_{s2} - i_{s3}$$

2.3.1 结点电压法概述：观察法

■ 观察法

≡ 一般形式 ≡

结点 1: $(G_1 + G_2)u_{n1} - G_2u_{n2} = i_{s1} - i_{s2}$

结点 2: $-G_2u_{n1} + (G_2 + G_3 + G_4)u_{n2} - G_4u_{n3} = 0$

结点 3: $-G_4u_{n2} + (G_4 + G_5)u_{n3} = i_{s2} - i_{s3}$

$G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{s11}$

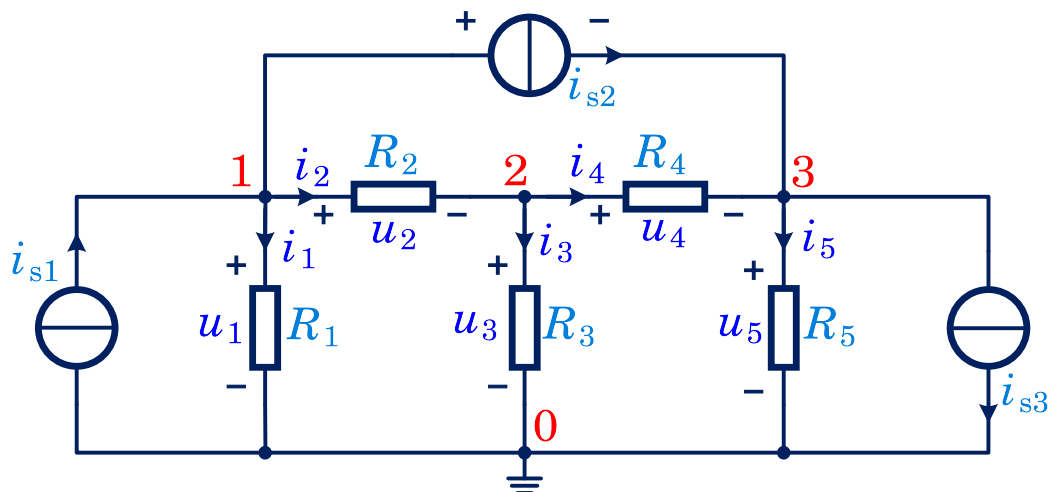
$G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{s22}$

$G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{s33}$

	自电导	互电导	等效电流源	说明
结点 1:	$G_1 + G_2$	$-G_2$	$i_{s1} - i_{s2}$	
结点 2:	$G_2 + G_3 + G_4$	$-G_2, -G_4$	0	
结点 3:	$G_4 + G_5$	$-G_4$	$i_{s2} - i_{s3}$	

2.3.1 结点电压法概述：观察法

	自电导	互电导	等效电流源	说明
结点 1:	$G_1 + G_2$	$-G_2$	$i_{s1} - i_{s2}$	1 与 2 之间 流入 - 流出
结点 2:	$G_2 + G_3 + G_4$	$-G_2, -G_4$	0	2 与 1、3 之间 无电流源
结点 3:	$G_4 + G_5$	$-G_4$	$i_{s2} - i_{s3}$	3 与 2 之间 流入 - 流出



≡ 一般形式 ≡

$$G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{s11}$$

$$G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{s22}$$

$$G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{s33}$$

- ◇ 自电导恒正；互电导恒负
- ◇ 等效电流源，流入为正，流出为负

2.3.1 结点电压法概述：观察法

例2-15

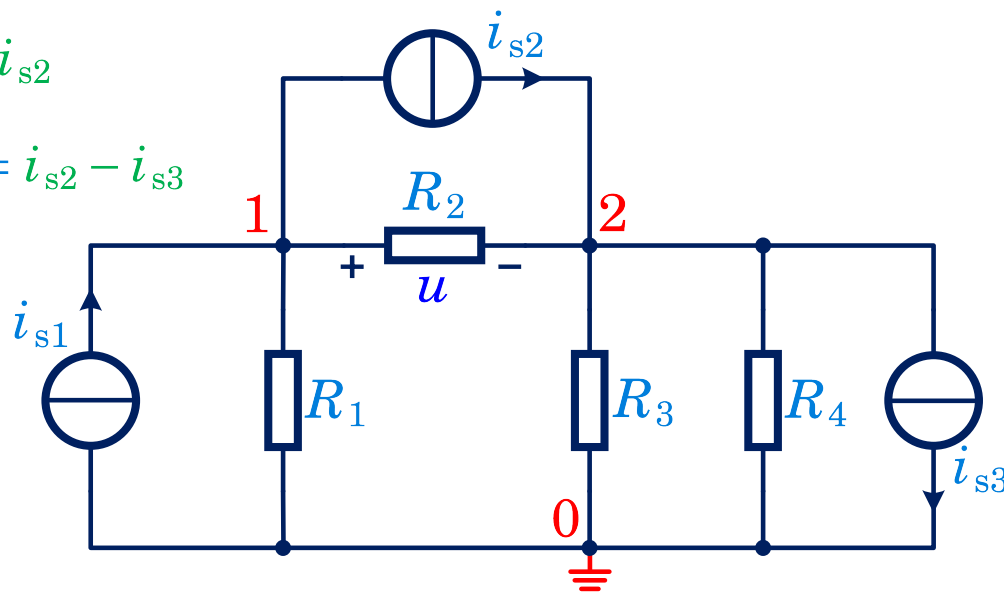
例 图示电路，已知 $i_{s1} = 3\text{A}$, $i_{s2} = 6\text{A}$, $i_{s3} = 5\text{A}$, $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 5\Omega$ ，利用结点电压法求电压 u 。

解 (1) 标注参考结点和两个独立结点

(2) 列结点电压方程

$$\begin{cases} (G_1 + G_2)u_{n1} - G_2u_{n2} = i_{s1} - i_{s2} \\ -G_2u_{n1} + (G_2 + G_3 + G_4)u_{n2} = i_{s2} - i_{s3} \end{cases}$$

$$\ggg \begin{cases} \frac{3}{4}u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} = -3 \\ -\frac{1}{2}u_{n1} + \frac{4}{5}u_{n2} = 1 \end{cases}$$



(3) 联立求解

$$u_{n1} = -5.429\text{V} \quad u_{n2} = -2.143\text{V} \quad \ggg \quad u = u_{n1} - u_{n2} = -3.286\text{V}$$

2.3.2 结点电压法：含独立电压源电路

例2-17

✧ 含有无伴电压源：方法1（**通法——凡是含有电压源时均可采用**）

- 假设电压源流过的电流
- 列增补方程：电压源两端电压与结点电压的关系

例 利用结点电压法求图示电路中的电压 u 。

解 (1) 标注参考结点和 3 个独立结点

(2) 设电压源流过的电流为 i

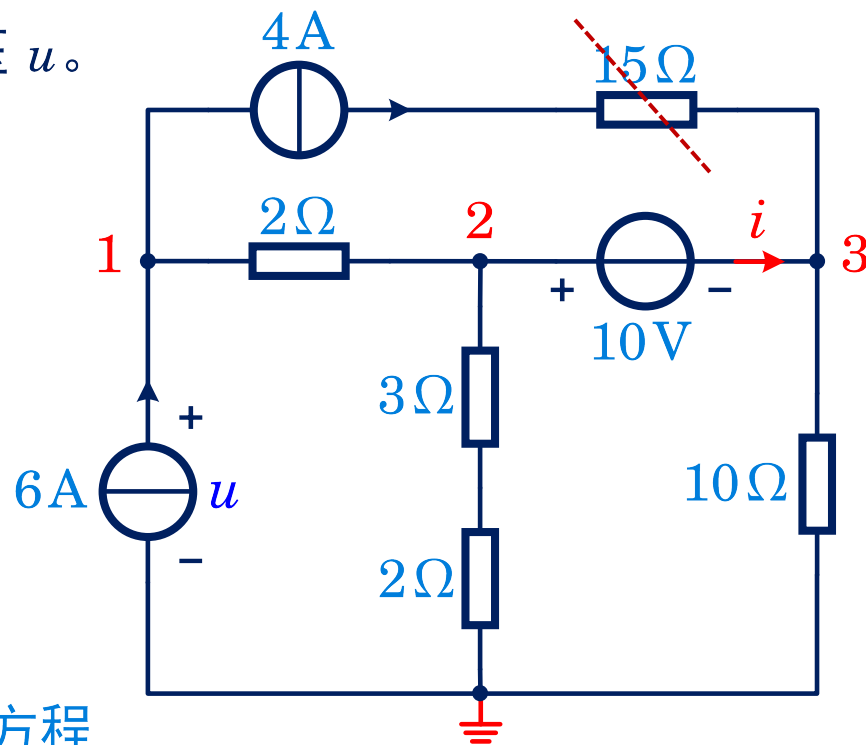
(3) 列 3 个结点电压方程

$$\begin{cases} \frac{1}{2}u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} = 6 - 4 \\ -\frac{1}{2}u_{n1} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3+2}\right)u_{n2} = -i \\ \frac{1}{10}u_{n3} = 4 + i \end{cases}$$

(4) 列增补方程

$$u_{n2} - u_{n3} = 10$$

$$\ggg u = u_{n1} = 27.333 \text{ V}$$



2.3.2 结点电压法：含独立电压源电路

例2-17

☆ 含有无伴电压源：方法2（**优点——列方程数少**）

- 选择合适参考点，恰使无伴电压源电压等于某个结点电压
- 做法：常设独立电压源负极或正极所在结点为参考结点

例 利用结点电压法求图示电路中的电压 u 。

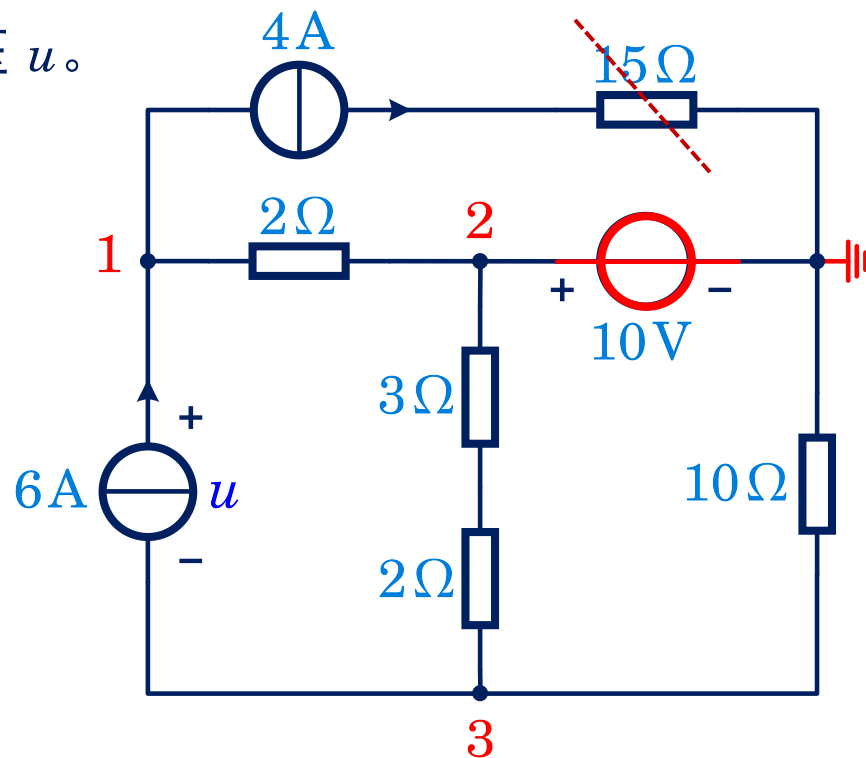
解 (1) 标注参考结点和 3 个独立结点
参考结点选为电压源的负极

$$\Rightarrow u_{n2} = 10V$$

(2) 列结点 1 和 3 的结点电压方程

$$\begin{cases} \frac{1}{2}u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} = 6 - 4 \\ -\frac{1}{3+2}u_{n2} + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{3+2}\right)u_{n3} = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{n1} = 14V \quad u_{n3} = -13.333V \quad \ggg \quad u = u_{n1} - u_{n3} = 27.333V$$



2.3.2 结点电压法：含独立电压源电路

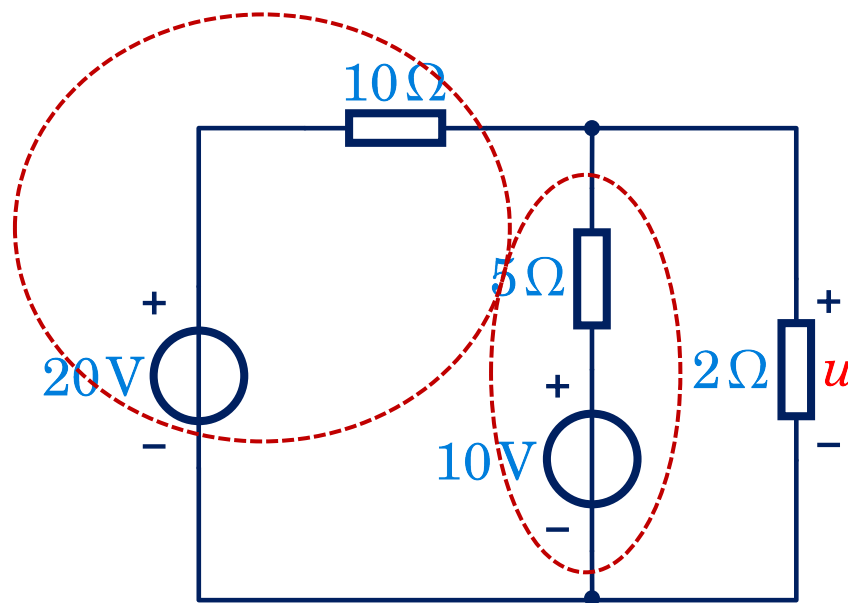
例2-16

✧ 含有独立电压源与电阻串联

- 先进行电源等效变换（注意对外等效，对电源内部不等效）

例 利用结点电压法求图示电路中的电压 u 。

解 (1) 先进行电源等效



2.3.2 结点电压法：含独立电压源电路

例2-16

✧ 含有独立电压源与电阻串联

- 先进行电源等效变换（注意对外等效，对电源内部不等效）

例 利用结点电压法求图示电路中的电压 u 。

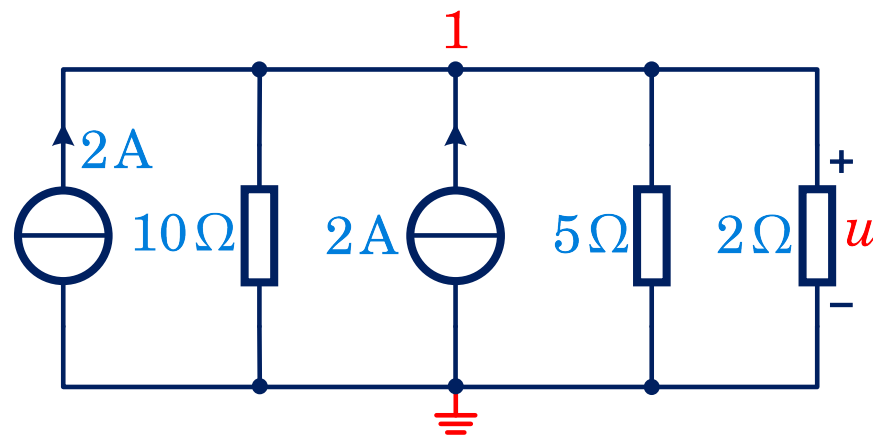
解 (1) 先进行电源等效

(2) 标注参考结点和 1 个独立结点

(3) 列结点 1 的结点电压方程

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right) u_{n1} = 2 + 2$$

$$\ggg u = u_{n1} = 5V$$





2.3.3 结点电压法：含受控电源电路

■ 含有受控源时

- ① 将受控源看作独立电源列写方程
 - 受控电流源时，同2.3.1节
 - 受控电压源时，同2.3.2节
- ② 补充方程以求解受控源的控制量
 - 控制量与结点电压之间的关系方程

2.3.3 结点电压法：含受控电源电路

例2-18

例 利用结点电压法求图示电路中的电流 i 。

解 (1) 标注参考结点和 3 个独立结点

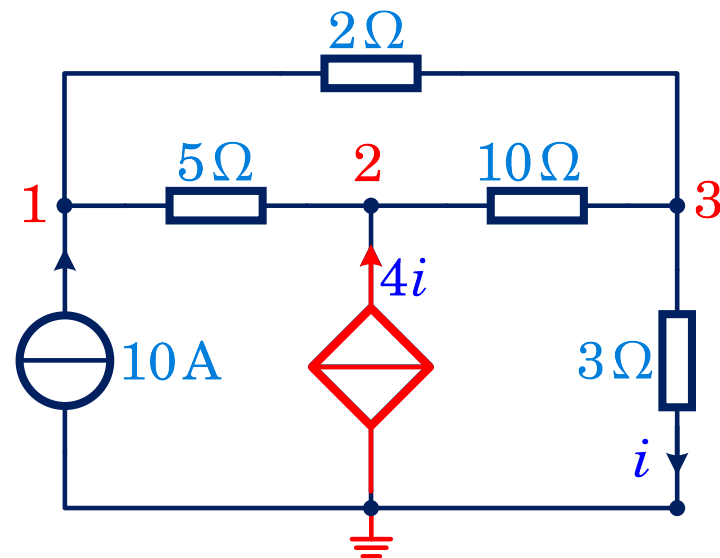
(2) 列 3 个结点电压方程

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)u_{n1} - \frac{1}{5}u_{n2} - \frac{1}{2}u_{n3} = 10 \\ -\frac{1}{5}u_{n1} + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)u_{n2} - \frac{1}{10}u_{n3} = 4i \\ -\frac{1}{2}u_{n1} - \frac{1}{10}u_{n2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10}\right)u_{n3} = 0 \end{cases}$$

(3) 列增补方程

$$u_{n3} = 3i$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow u_{n1} &= -8.03\text{V} & i &= -3.33\text{A} \\ u_{n2} &= -53.105\text{V} \\ u_{n3} &= -10\text{V} \end{aligned}$$



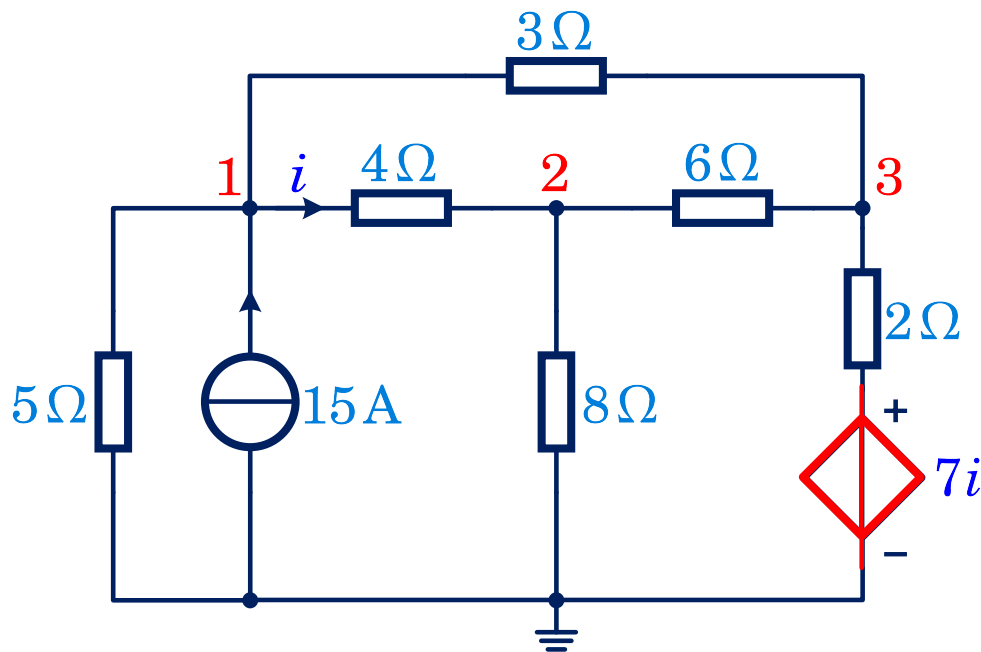
控制量与结点电压之间的关系

2.3.3 结点电压法：含受控电源电路

例2-19

例 列写图示电路的结点电压方程。

解 (1) 先进行电源等效



2.3.3 结点电压法：含受控电源电路

例2-19

例 列写图示电路的结点电压方程。

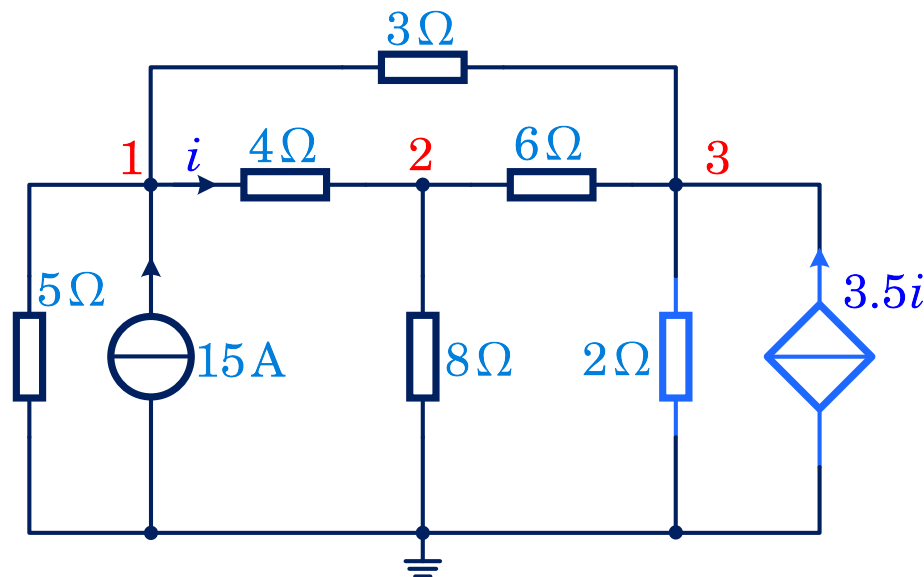
解 (1) 先进行电源等效

(2) 列 3 个结点电压方程

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)u_{n1} - \frac{1}{4}u_{n2} - \frac{1}{3}u_{n3} = 15 \\ -\frac{1}{4}u_{n1} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6}\right)u_{n2} - \frac{1}{6}u_{n3} = 0 \\ -\frac{1}{3}u_{n1} - \frac{1}{6}u_{n2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)u_{n3} = 3.5i \end{cases}$$

(3) 增补方程

$$u_{n1} - u_{n2} = 4i$$



控制量与结点电压之间的关系

2.3.3 结点电压法：含受控电源电路

例2-20

例 利用结点电压法计算图示电路的电压 u 。

解 (1) 标注参考结点和 3 个独立结点
参考结点选为电压源的负极

$$\Rightarrow u_{n2} = 2u$$

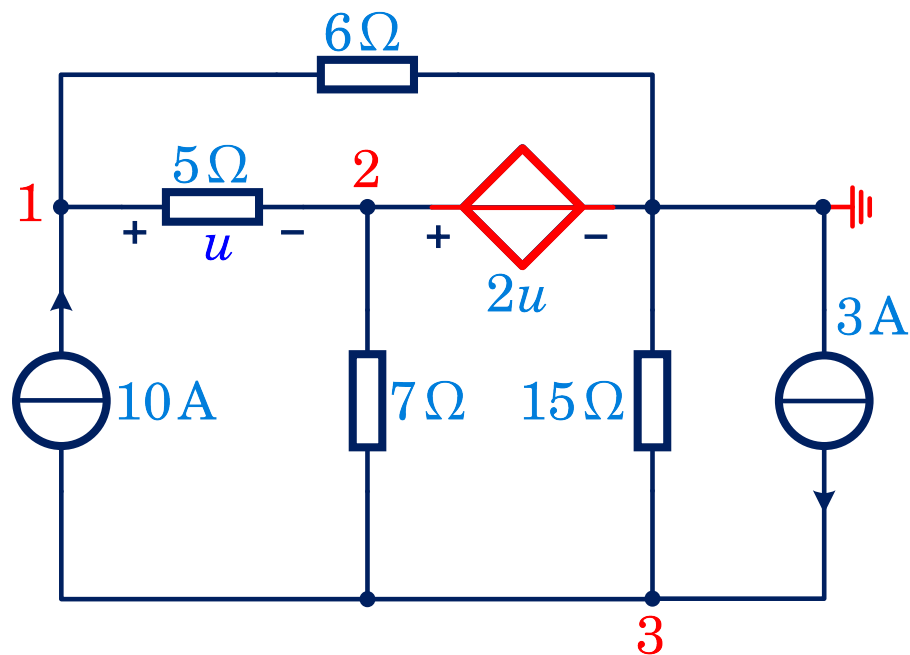
(2) 列结点 1 和 3 的结点电压方程

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)u_{n1} - \frac{1}{5}u_{n2} = 10 \\ -\frac{1}{7}u_{n2} + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{15}\right)u_{n3} = 3 - 10 \end{cases}$$

(3) 增补方程

控制量与结点电压之间的关系

$$u = u_{n1} - u_{n2}$$



$$\Rightarrow u_{n1} = 42.86 \text{ V} \quad u = 14.29 \text{ V}$$

$$u_{n2} = 28.57 \text{ V}$$

$$u_{n3} = -13.93 \text{ V}$$



本章小结

■ 支路电流法

◇ 概述 含独立电源电路 含受控电源电路

■ 网孔电流法 ▲

◇ 概述 含独立电源电路 含受控电源电路 回路电流法

◇ 选用建议：网孔少，结点多

■ 结点电压法 ▲

◇ 概述 含独立电源电路 含受控电源电路

◇ 选用建议：结点数少，网孔多