

## 第 2 次作业（参考答案）

1. 某学生寝室设计了一个智能灯控制保护逻辑。只有当输出信号 $Y=1$ 时，灯才会亮。其逻辑由光感信号 $A$ （ $A=1$ 表示暗）、人体感应 $B$ （ $B=1$ 表示有人）和强制开关 $C$ 控制。最初设计的逻辑表达式如下：

$$Y = \overline{\overline{A \cdot B} + \overline{C}} + A \cdot B \cdot \overline{C}$$

- (1) 请利用反演定理去掉式中的长划线并展开；
- (2) 利用逻辑代数公式化简 $Y$ 为最简“与-或”表达式；
- (3) 根据化简结果，请用文字描述这个灯在什么条件下会亮？

**解：**（1）根据摩根定律（反演定理）：

$$\begin{aligned} Y &= \overline{\overline{A \cdot B} + \overline{C}} + ABC\overline{C} \\ &= \overline{\overline{A \cdot B}} \cdot \overline{\overline{C}} + ABC\overline{C} \\ &= ABC + ABC\overline{C} \end{aligned}$$

（2）公式化简： $Y = AB(C + \overline{C}) = AB$ 。

（3）逻辑含义：只有当“天黑（ $A=1$ ）”且“有人（ $B=1$ ）”时，灯才会亮。

2. 某工厂包装线上有三个检测点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 监测包装箱的三个参数（重量、尺寸、封口）。当其中两个或两个以上参数合格（逻辑 1）时，输出信号 $Y=1$ 表示该包装箱合格进入下一环节。

- (1) 请列出该逻辑要求的真值表；
- (2) 根据真值表写出输出 $Y$ 的最小项表达式（即 $\sum m(\quad)$ 形式）；
- (3) 请画出该逻辑函数的卡诺图，并利用卡诺图将其化简为最简“与-或”表达式；
- (4) 请画出化简后的逻辑电路图。
- (5) 请对第 3 问的逻辑表达式作变换，并仅使用“与非门”重画逻辑电路图。

**解：**（1）真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

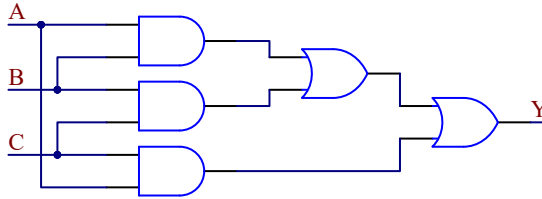
（2）最小项表达式： $Y = \sum m(3, 5, 6, 7)$ 。

(3) 画出卡诺图:

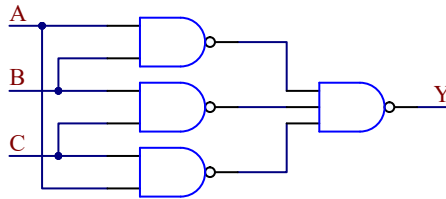
L		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	
	1		1	1	1

圈选相邻项可得:  $Y = AB + BC + AC$ 。

(4) 逻辑电路图如下 (下图最后两个 2 输入或门改为一个 3 输入或门也可以):



(5) 利用还原律和反演律:  $Y = \overline{\overline{AB + BC + AC}} = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AC}}$ , 仅用与非门实现的逻辑电路图如下:



3. 一个温控系统通过四位二进制码  $ABCD$  (表示  $0 \sim 15$  度) 来控制加热器  $Y$ 。逻辑要求: 当温度在  $0 \sim 8$  度时, 加热器必须开启 ( $Y = 1$ ); 当温度在  $9 \sim 11$  度时, 加热器关闭 ( $Y = 0$ )。由于传感器限制, 温度永远不会超过  $11$  度 (即  $12 \sim 15$  度为无关项)。

- (1) 画出该逻辑函数的卡诺图, 并标注出约束项 (无关项);
- (2) 利用卡诺图化简, 求出  $Y$  的最简 “与-或” 表达式 (要求充分利用无关项);
- (3) 如果不利用无关项进行化简, 对比结果看逻辑电路会变得多么复杂?
- (4) 请画出化简后的逻辑电路图。

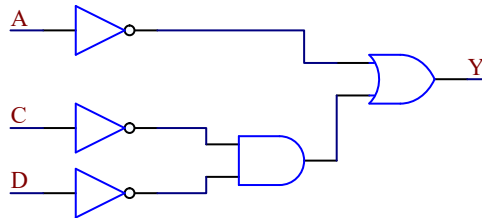
**解:** (1) 画出卡诺图, 其中无关项用 X 表示:

L		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	X	X	X	X
	10	1	0	0	0

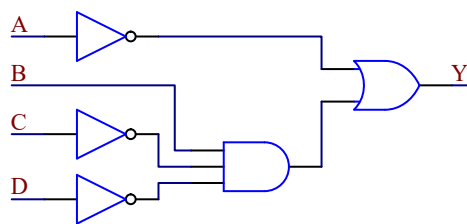
(2) 圈选相邻项化简可得:  $Y = \overline{A} + \overline{C}\overline{D}$ 。

(3) 如果不利用无关项化简的结果为： $Y = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$ 。对比逻辑函数表达式可知，如果不利用无关项化简，其中的一个 2 输入与门需要替换为 3 输入与门（或者 2 个 2 输入与门），且需要额外的信号线。

(4) 化简后的逻辑电路图如下：



使用无关项化简的逻辑电路图



不使用无关项化简的逻辑电路图