

实验一 连续时间信号的时域分析

江苏师范大学·电气工程及其自动化学院·李灿

1 实验目的

1. 熟悉 MATLAB 软件的基本操作、认识信号处理工具箱的常见函数；
2. 掌握连续时间信号的 MATLAB 表示方法、绘制信号波形图；
3. 掌握利用 MATLAB 进行连续时间信号的基本运算；
4. 掌握 MATLAB 函数的编写和调用方法。

2 实验原理

在信号与系统中，通常用关于时间的函数来表示连续时间信号，包括与广义函数有关的奇异信号。由于这样的函数随着时间连续变化，而 MATLAB 中不能表示这样的函数，因此可以用足够密集的函数等间隔取值进行描点近似。MATLAB 本身就包含了许多表示常见典型信号的函数，如表示指数信号的 `exp()`。与奇异信号有关的常见函数则可以调用 MATLAB 中的信号处理工具箱，如表示矩形脉冲信号的 `rectpuls()`。当然，也可以自行编写已知表达式 MATLAB 函数进行调用。

信号的基本运算包括与信号值（函数因变量）有关的加/减法、乘积、微分与积分，与自变量有关的平移、翻转与展缩等。只要将信号用 MATLAB 表示出来之后，实现其基本运算是非常方便的，例如“加”、“减”、“乘”、“除”分别可以使用运算符“+”、“-”、“*”、“/”及相应的变形。这也是采用 MATLAB 进行分析的原因之一。

在 MATLAB 中，可以使用 `help` 函数去查看某个 MATLAB 函数的定义和用法，例如使用 `help sin`，就可以得到 MATLAB 中关于正弦函数 `sin()` 的解释。在绘制连续时间信号波形时，需要用到二维绘图函数 `plot()`，其用法将在程序讲解部分具体介绍，也可用 `help plot` 查看。

3 程序讲解

3.1 连续时间信号的产生

3.1.1 指数信号

指数信号 Ae^{at} ，在 MATLAB 中可以用 `exp()` 函数表示，调用格式为

$$f = A * \exp(a*t)$$

时间 t 可以作为一个点也可以作为一个向量（向量程序语言中的数组），一般用向量表示计算多个点的函数值，如 $t = 0 : 0.1 : 2$ 表示从 0 到 2 间隔为 0.1 的 21 个点构成的向量，此时 $f = A * \exp(a*t)$ 就能算出函数 $f(t)$ 的 21 个值。这样，就得到了二维坐标平面中的 21 个点，通过描点连线就能绘制出相应的信号波形图。绘图最简洁的调用方式是 `plot(t, f)`，另外还可以根据实际需要图形进行修饰。

例：用 MATLAB 表示指数信号 $f(t) = 2e^{-0.4t}$ ，并绘制其波形，其中 $t = 0 \sim 10$ 。

```
A = 2;
a = -0.4;
t = 0 : .001 : 10;
f = A * exp(a*t);
plot(t, f, '-r', 'linewidth', 2)
```

3.1.2 正弦信号

正弦信号 $A \sin(\omega_0 t + \varphi)$ 和 $A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ，在 MATLAB 中可以用“`sin()`”和“`cos()`”函数表示，调用格式为

```
f = A * sin(omega_0*t + varphi)
f = A * cos(omega_0*t + varphi)
```

例：用 MATLAB 表示正弦信号 $f(t) = 2 \sin(2\pi t + \pi/6)$ ，并绘制其波形，其中 $t = 0 \sim 2\pi$ 。

```
A = 2;
omega_0 = 2*pi;
varphi = pi/6;
t = 0 : 0.001 : 2*pi;
f = A * sin(omega_0*t + varphi);
plot(t, f, '-r', 'linewidth', 2)
```

3.1.3 抽样函数

在信号与系统中，抽样函数定义为

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin(t)}{t}.$$

在 MATLAB 中，不可以直接用 `sin(0)/0` 去计算 $\text{Sa}(0)$ ，所以可将 $\text{Sa}(0) = 1$ 分离出来单独表示。使用时，一般可直接调用信号处理工具箱中的 `sinc()` 函数。需要注意，`sinc(t)` 的定义为

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}.$$

与标准的抽样函数略有不同，这样定义的目的是它可以表示频域中一个宽度为 2π 、高度为 1 的矩形脉冲的傅里叶反变换，即

$$\text{sinc}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\omega t} d\omega.$$

因此，抽样函数的调用格式为

```
f = sinc(t/pi)
```

例：用 MATLAB 表示抽样函数 $f(t) = \text{Sa}(2t)$ ，并绘制其波形，其中 $t = -6\pi \sim 6\pi$ 。

```
t = -6*pi : pi/1000 : 6*pi;  
f = sinc(2*t / pi);  
plot(t, f, '-r', 'linewidth', 2)
```

3.1.4 矩形脉冲信号

矩形脉冲信号在 MATLAB 中可以用 `rectpuls()` 函数表示，其调用格式为

```
f = rectpuls(t-c, width)
```

该函数有两个基本参数， c 表示矩形脉冲对称中心的位置，即矩形脉冲以 c 为对称中心（默认为 0，表示以原点为对称中心）， $width$ 表示矩形脉冲的宽度（默认为 1）。

例：用 MATLAB 表示一个高度为 1，以 4 为对称中心，宽度为 2 的矩形脉冲信号，记为 $p_2(t-4)$ ，并绘制其波形，其中 $t = 0 \sim 8$ 。

```
t = 0 : 0.01 : 8;  
c = 4;  
width = 2;  
f = rectpuls(t-c, width);  
plot(t, f, '-r', 'linewidth', 2)
```

扩展：上述 `rectpuls()` 可以直接表示单个矩形波，对于周期矩形波信号，则可以使用更一般的 `square()` 函数。

3.1.5 三角波脉冲信号

三角脉冲信号在 MATLAB 中可以用 `tripuls()` 函数表示，其调用格式为

```
f = tripuls(t-c, width, skew)
```

该函数有三个基本参数： c 表示三角脉冲对称中心的位置，即三角脉冲以 c 为对称中心（默认为 0，表示以原点为对称中心）， $width$ 表示三角脉冲的宽度（默认为 1）； $skew$ 表示三角脉冲波形的偏移度百分比，范围为 -1 到 1 ，取正数时往右偏移、取负数时往左偏移。

例：用 MATLAB 表示一个高度为 1，以 1 为对称中心、宽度为 2、偏移分别为 ± 0.5 的三角脉冲信号，记为 $\Delta_2^{\pm 0.5}(t-1)$ ，并绘制其波形，其中 $t = -3 \sim 3$ 。

```
t = -3 : .01 : 3;  
c = 1;  
width = 2;  
f1 = tripuls(t-c, width);  
f2 = tripuls(t-c, width, .5);  
f3 = tripuls(t-c, width, -.5);
```

```

hold on
plot(t, f1, '-r', 'linewidth', 2);
plot(t, f2, '-b', 'linewidth', 2);
plot(t, f3, '-k', 'linewidth', 2);

```

扩展：上述 `tripuls()` 可以直接表示单个三角波，对于周期三角波（锯齿波）信号，则可以使用更一般的 `sawtooth()` 函数。

3.2 连续时间信号的基本运算

3.2.1 自变量变换

对于信号的自变量变换，只需将相应的时间向量 t 改为 at （展缩）、 $-t$ （翻转）、 $t - b$ （平移）即可。

例：用 MATLAB 表示 3.1.5 节例题中三角脉冲信号在自变量变换之后的信号 $f(2 - 2t)$ ，绘制其波形图并与 $f(t)$ 、 $f(2t)$ 、 $f(-2t)$ 进行比较。

```

t = -3 : .01 : 3;
f1 = tripuls(t, width, .5);
f2 = tripuls(2*t, width, .5);
f3 = tripuls(-2*t, width, .5);
f4 = tripuls(2-2*t, width, .5);
figure('position', [0, 0, 800, 600])
subplot(4, 1, 1)
plot(t, f1, '-k', 'linewidth', 2)
subplot(4, 1, 2)
plot(t, f2, '-g', 'linewidth', 2)
subplot(4, 1, 3)
plot(t, f3, '-b', 'linewidth', 2)
subplot(4, 1, 4)
plot(t, f4, '-r', 'linewidth', 2)

```

3.2.2 加法与乘积

对连续时间信号在进行运算时，常对向量进行操作。在 MATLAB 中，数值和向量的加法都为“+”，但按元素相乘定义的向量乘积需要用到点乘“`.*`”运算符。

例：已知信号 $f_1(t) = \sin(3t)$ ， $f_2(t) = \sin(5t)$ ， $f_3(t) = e^{-0.1t}$ ，分别计算 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ 与 $g(t) = f_1(t) \cdot f_3(t)$ ，并绘制其波形图，其中 $t = -4\pi \sim 4\pi$ 。

```

t = -4*pi : 0.01 : 4*pi;
f1 = sin(3*t);
f2 = sin(5*t);
f3 = exp(-0.1*t);
f = f1 + f2;

```

```

g = f1 .* f3;
figure(1)
plot(t, f, '-k', 'linewidth', 2)
figure(2)
plot(t, g, '-r', 'linewidth', 2)

```

3.2.3 微分与积分

在 MATLAB 中，信号的数值微分和数值积分可以分别用 `diff()` 函数和 `integral()` 函数实现。由于是数值求解，奇异信号的微分和积分也可以很方便地实现。它们的调用格式为

```

d_f = diff(func(t)) / stepsize
i_f = integral(@func, a, b)

```

调用格式中的 `stepsize` 是信号微分的步长；`func()` 为原信号的函数表达式，一般单独定义以供多次调用；`a` 和 `b` 为积分的下限和上限。另外，需注意 `diff()` 实际上表示差分，即相邻两个函数值的差值，因此求导数时需要除以步长，这实际上就是函数导数定义式的近似表示；而 `integral()` 求的是区间内的定积分值，利用其求变上限积分时，实际上是求从起点开始到实时 t 的值，并通过这些积分值描点获得。

例：用 MATLAB 表示三角脉冲信号 $\Delta_4^{0.5}(t)$ 的微分和积分，并绘制其波形图。

```

stepsize = 0.01;
t = -3 : stepsize : 3;
%% 原信号
y0 = func_org(t);
%% 信号的微分
y1 = diff(func_org(t)) / stepsize;
%% 信号的积分
for tau = 1 : length(t)
    y2(tau) = integral(@func_org, -3, t(tau));
end
%% 波形图绘制
figure('position',[0,0,800,600])
subplot(3, 1, 1)
plot(t, y0, '-k', 'linewidth', 2)
subplot(3, 1, 2)
plot(t(1:end-1), y1, '-b', 'linewidth', 2)
subplot(3, 1, 3)
plot(t, y2, '-r', 'linewidth', 2)

```

该程序中多次调用的原函数 $f(t)$ 定义在下面的自定义 MATLAB 函数中：

```

function y = func_org(t)
    y = tripuls(t, 4, .5);

```

end

注意，保存的函数名应为：`func_org.m`。

3.3 自定义波形函数

一些规则和常见的连续时间信号可以用 3.1 节所述的 MATLAB 函数来产生与表示，当信号波形不规则或者利用基本信号表示较为复杂时，可以自定义相应的函数。

例：课程教材第 59 页中图 2-48(b) 由两个不同的三角波组成，其函数表达式可以分段写为

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1 \\ t - 1, & 1 \leq t < 2 \\ 3 - t, & 2 \leq t < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

在 MATLAB 中定义该函数如下（文件名记为 `f_fig248b.m`）

```
function y = f_fig248b(t)
    i = find( t < 0 );
        y(i) = 0.0;
    i = find( (t >= 0) & (t < 1) );
        y(i) = t(i);
    i = find( (t >= 1) & (t < 2) );
        y(i) = t(i) - 1;
    i = find( (t >= 2) & (t < 3) );
        y(i) = 3.0 - t(i);
    i = find( t >= 3 );
        y(i) = 0.0;
end
```

此处使用 `find()` 函数寻找满足条件的数组元素标号。若用 `for` 循环也可以实现 `f_fig248b()` 函数。调用该函数绘制波形程序如下：

```
stepsize = 0.001;
t = -1 : stepsize : 4;
f = f_fig248b(t);
plot(t, f, '-r', 'linewidth', 2)
axis([-1 4 -1 2])
```

扩展：MATLAB 提供了单位阶跃信号的函数 `stepfun()`，你能借鉴本节的示例自定义吗？

4 实验内容

1. 利用 MATLAB 实现以下连续时间信号，并绘制波形图。

- (1) $f(t) = tu(t)$, 取 $t = 0 \sim 10$;
 - (2) $f(t) = 5 \sin(20\pi t)$, 取 $t = 0 \sim 1$;
 - (3) $f(t) = \text{Sa}(\pi t) \cos(15t)$, 取 $t = 0 \sim 5$;
 - (4) $f(t) = 3e^{-0.5t} \cos(3t)$, 取 $t = 0 \sim 10$;
2. 已知 $f_1(t) = p_1(t - 0.5)$, $f_2(t) = \Delta_2(t - 1)$, 请用 MATLAB 分别实现 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f(t) = f_1(t) + f_2(t) * \sin(25t)$ 、 $f(2t)$ 以及 $f(2 - 2t)$, 并绘制波形图, 取 $t = 0 \sim 4$ 。
 3. 已知信号 $f(t)$ 的波形如下图所示, 请用 MATLAB 中的 `tripuls()` 函数将其表示, 并且:
 - (1) 绘制 $f(2 - 2t)$ 的波形图;
 - (2) 利用 `diff()` 求数值导数 $f'(t)$, 并绘制其波形图。

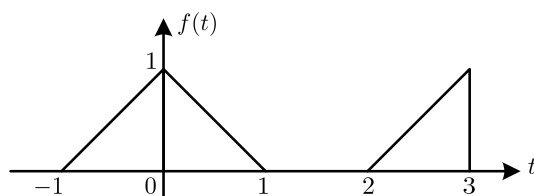


图 1: 题 3 图

4. * 编写实现图 1 所示信号的自定义 MATLAB 函数, 并利用 `integral()` 求数值积分

$$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$$

并绘制其波形图。

5 实验报告

1. 简述实验目的和实验原理。
2. 完成实验内容部分的第 1-3 题, 要求独立完成程序编写和绘图, 写入报告。
3. 选做实验内容部分第 4 题, 完成的内容也写入报告。
4. 总结实验过程, 记录心得体会。

参考文献

- [1] 陈后金, 胡健, 薛健. 信号与系统 (第三版). 北京: 清华大学出版社, 2017.
- [2] 龚晶, 许凤慧, 卢娟, 等. 信号与系统实验. 北京: 机械工业出版社, 2022.
- [3] 徐亚宁, 唐璐丹, 王旬, 等. 信号与系统分析实验指导书 (MATLAB 版). 西安: 西安电子科技大学出版社, 2012.