目录

实验九　信号的调制与解调

江苏师范大学 • 电气工程及自动化学院 • 李灿

1　实验目的

1. 掌握信号调制与解调的基本原理；
2. 掌握对信号进行幅度、频率和相位调制的方法，分析调制波形；
3. 掌握调制信号的解调方法（应用滤波器）。

2　实验原理

信号的调制和解调是通信系统中的重要概念，是信道（特别是模拟信道）复用的重要手段和基础。常见的调制方式有幅度调整、频率调制和相位调制。调制的基本原理是让待传输的信号与某个信号做乘积，得到特定幅度、频率或者相位的新信号。一般称待传输的信号 $f(t)$ 为调制信号，用来作乘积的信号 $c(t)$ 为载波信号，乘积之后得到的信号 $y(t) = f(t) \cdot c(t)$ 为已调信号。较为广泛使用的一种载波信号为正弦信号，定义为

$$c(t) = \cos(\omega_\mathrm{c} t + \theta) \tag{1}$$

其中 ω_c 为载波频率（载频），θ 为初相角。实际应用时，常常将低频信号调制为高频信号进行传输，下面仅考虑 $\theta = 0$ 的情形。此时，对 $c(t) = \cos(\omega_\mathrm{c} t)$ 进行 Fourier 变换得

$$C(\omega) = \pi[\delta(\omega + \omega_\mathrm{c}) + \delta(\omega - \omega_\mathrm{c})] \tag{2}$$

对于低频调制信号（基带信号），其最高角频率为 ω_m。对于已调信号

$$y(t) = f(t) \cdot c(t) \tag{3}$$

利用乘积特性对其进行 Fourier 变换得

$$Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} F(\omega) * C(\omega) \tag{4}$$

又因为 $C(\omega)$ 是一对冲激，则利用冲激信号的卷积特性，有

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= \frac{1}{2\pi} F(\omega) * \pi[\delta(\omega + \omega_\mathrm{c}) + \delta(\omega - \omega_\mathrm{c})] \\ &= \frac{1}{2}[F(\omega + \omega_\mathrm{c}) + F(\omega - \omega_\mathrm{c})] \end{aligned} \tag{5}$$

这样就把以 0 为中心的低频信号 $F(\omega)$ 搬移到了以 $\pm\omega_\mathrm{c}$ 为中心的某高频段，这个载波频率 ω_c 可以在载波信号中进行设置。搬移后的幅度变为原来的一半，频谱宽度仍然为 $2\omega_\mathrm{m}$。非常自然地，考虑

在信号接收端需要进行解调，解调时原调制信号尽量不要失真。从式(5)来看，搬移后的 $F(\omega \pm \omega_c)$ 不应发生混叠，这就要求 $\omega_c - \omega_m > 0$，即 $\omega_c > \omega_m$。

同步解调方法的基本思路是：利用载波信号 $c(t)$ 再次与已调信号 $y(t)$ 做乘积，将高频已调信号的一半搬移回以 0 为中心的低频段，只要频谱之间不发生混叠，又可以利用低通滤波器恢复原始信号。事实上，在接收端解调时设

$$\begin{aligned} f_0(t) &= y(t) \cdot \cos(\omega_c t) \\ &= f(t) \cdot \cos^2(\omega_c t) \\ &= \frac{1+\cos(2\omega_c t)}{2} f(t) \\ &= \frac{1}{2} f(t) + \frac{1}{2}\cos(2\omega_c t) \end{aligned} \tag{6}$$

对式(6)进行 Fourier 变换得

$$F_0(\omega) = \frac{1}{2}F(\omega) + \frac{1}{4}[F(\omega+2\omega_c) + F(\omega-2\omega_c)] \tag{7}$$

其中 $F_0(\omega)$ 中的第 1 项与 $F(\omega)$ 相比只是高度为一半，其他都相同。因此，只要 $\frac{1}{2}F(\omega)$ 不与 $\frac{1}{4}F(\omega \pm 2\omega_c)$ 发生混叠，即 $2\omega_c - \omega_m > \omega_m$（仍然等价于 $\omega_c > \omega_m$），则使用一个增益为 2，截止频率 ω_r 介于 ω_m 到 $2\omega_c - \omega_m$ 之间的低通滤波器，就能恢复原调制信号 $f(t)$。——原理部分亦可参考教材第 346–350 页。

在 MATLAB 中，提供了对信号进行调制和解调的函数，分别为 `modulate()` 和 `demod()`，同时再借助 `fft()` 函数对时域信号进行 Fourier 变换，可以分析信号的频率，验证上面所述的原理。

3 程序讲解

已知某连续时间信号为

$$f(t) = \sin(10\pi t) + \cos(5\pi t) \tag{8}$$

显然，信号 $f(t)$ 的带宽为 $\omega_m = 10\pi$，即最高频率 $f_m = \dfrac{\omega_m}{2\pi} = 5\text{Hz}$。请利用幅度调制的方式对该信号进行调制和解调，其中载波信号为

$$c(t) = \cos(120\pi t) \tag{9}$$

下面演示两种实现方法。

3.1 原理法

该方法实际上就是将上一节介绍的实验原理用 MATLAB 实现出来。基本思路如下：

(1) 调制时，用载波信号 $c(t)$ 与调制信号 $f(t)$ 作乘积得到已调信号 $y(t)$。

(2) 解调时，用载波信号 $c(t)$ 与已调信号 $y(t)$ 作乘积得到解调信号 $f_0(t)$；

(3) 对 $f_0(t)$ 作 Fourier 变换得到 $F_0(\omega)$，根据其频谱确定合适的滤波器 $H_r(\omega)$（频率介于 ω_m 到 $2\omega_c - \omega_m$，增益为 2）；

(4) 用滤波器与 $F_0(\omega)$ 作乘积，提取原调制信号的频谱，记为 $F_{\mathrm{rec}}(\omega)$；

(5) 对 $F_{\mathrm{rec}}(\omega)$ 作 Fourier 反变换。

实现的程序为

```
% 调制信号
fs = 200; % 采样频率
Bf = 5;   % 信号带宽
Tf = 5;
t = 0 : 1/fs : Tf;
ft = sin(2*pi*Bf*t) + cos(pi*Bf*t);
% 载波信号
fc = 60; % 载波频率
ct = cos(2*pi*fc*t);
% 已调信号
yt = ft .* ct;
% 解调信号
f0t = yt .* ct;
% 频谱绘制
N = fs*Tf;  % 时间窗口总点数
w = -fs/2 : fs/N : fs/2; % 窗口频率范围
Fw = fft(ft);
Fw1 = fftshift(Fw);
Yw = fft(yt);
Yw1 = fftshift(Yw);
F0w = fft(f0t);
F0w1 = fftshift(F0w);
% 低通滤波器
wr = 2*Bf + 40;
Hw = 2 * rectpuls(w, wr);
Hw1 = fftshift(Hw);
% 利用低通滤波器从解调信号恢复原调制信号
Fw_rec = F0w1 .* Hw;
ft_rec = ifft(ifftshift(Fw_rec)); % 注意ifftshift的使用

figure('position', [0 0 800 800])
subplot(411)
plot(t, ft, '-r', 'linewidth', 1)
ylabel('$f(t)$', 'Interpret', 'Latex')
subplot(412)
plot(t, ct, '-k', 'linewidth', 1)
```

```
ylabel('$c(t)$', 'Interpret', 'Latex')
title('载波信号')
subplot(413)
plot(t, yt, '-k', 'linewidth', 1)
ylabel('$y(t)$', 'Interpret', 'Latex')
title('已调信号')
subplot(414)
plot(t, real(ft_rec), '-b', 'linewidth', 1)
ylabel('$f_{\mathrm{rec}}$', 'Interpret', 'Latex')
title('解调恢复信号')
xlabel('$t$', 'Interpret', 'Latex')

figure('position', [0 0 800 900])
subplot(511)
plot(w, abs(Fw1), '-r', 'linewidth', 1)
title('调制信号的幅度谱')
ylabel('$|F(\omega)|$', 'Interpret', 'latex')
subplot(512)
plot(w, abs(Yw1), '-k', 'linewidth', 1)
title('已调信号的幅度谱')
ylabel('$|Y(\omega)|$', 'Interpret', 'latex')
subplot(513)
plot(w, abs(F0w1), '-k', 'linewidth', 1)
title('解调信号的幅度谱')
ylabel('$|F_0(\omega)|$', 'Interpret', 'latex')
subplot(514)
plot(w, Hw, '-r', 'linewidth', 1);
title('理想低通滤波器的频谱')
ylabel('$H(\omega)$', 'Interpret', 'latex')
subplot(515)
plot(w, abs(Fw_rec), '-b', 'linewidth', 1)
title('滤波之后恢复信号的幅度谱')
ylabel('$|F_\mathrm{rec}(\omega)|$', 'Interpret', 'latex')
xlabel('$\omega$', 'Interpret', 'latex')
```

运行结果见附图1–2。

注意：用 MATLAB 进行仿真时，实际上先对 $f(t)$ 进行了较高分辨率的采样，此例中采样频率取为 $f_\mathrm{s} = 200\mathrm{Hz}$（远远大于信号最高频率 $f_\mathrm{m} = 5\mathrm{Hz}$，满足时域采样定理），而时域上的仿真时间选为 $T_\mathrm{f} = 5$（以 0 为起点），故总共有 $N = f_\mathrm{s} \cdot T_\mathrm{f} = 1000$ 个数据。对于有限带宽的信号，其采样信号的频谱是一个周期频谱，且满足采样定理时不同周期的频谱之间不会出现混叠。基于此，后面用 `fft()` 函数对采样信号序列作 Fourier 变换时，只生成一个周期内的结果，因此 N 个数

据的 Fourier 变换对应的频率范围宽度为 f_s，当使用 `fftshift()` 将所得频谱的将零频分量移动到数组中心时，频率范围可以取为 `w = -fs/2 : fs/N : fs/2`。

3.2 工具函数法

该方法直接使用 MATLAB 提供的 `modulate()` 和 `demod()` 等函数实现。这两个函数的调用格式基本相同，分别为

```
yt = modulate(ft, fc, fs', 'method', opt)
ft = demod(yt, fc, fs', 'method', opt)
```

其中，`ft` 为调制信号，`yt` 为已调信号，`fc` 为载波信号的频率，`fs` 为调制信号的采样频率，`method` 用来指定调制方式（例如幅度调制用 `am`，频率调制用 `fm`，相位调制用 `pm` 等），某些调制方式下还有一些可选项写在 `opt` 的位置。默认的调制与解调方式为 `am`，不同的调制解调方式在 MATLAB 中还有独立的函数可以使用，比如幅度调制/解调可以用 `ammod()/amdemod()`。选择采样频率 `fs` 时要注意应满足 `fs > 2fc`。

该方法的实现程序为

```
% 调制信号
fs = 200; % 采样频率
Bf = 5;   % 信号带宽
Tf = 5;
t = 0 : 1/fs : Tf;
ft = sin(2*pi*Bf*t) + cos(pi*Bf*t);
% 载波信号
fc = 60; % 载波频率
ct = cos(2*pi*fc*t);
% 已调信号
yt = modulate(ft, fc, fs', 'am');
% 解调信号
ft_rec = 2 * demod(yt, fc, fs', 'am');

figure('position', [0 0 800 800])
subplot(311)
plot(t, ft, '-r', 'linewidth', 1)
ylabel('$f(t)$', 'Interpret', 'Latex')
title('调制信号')
subplot(312)
plot(t, yt, '-k', 'linewidth', 1)
ylabel('$y(t)$', 'Interpret', 'Latex')
title('已调信号')
subplot(313)
```

```
plot(t, ft_rec, '-b', 'linewidth', 1)
ylabel('$f_{\mathrm{rec}}$', 'Interpret', 'Latex')
title('解调恢复信号')
xlabel('$t$', 'Interpret', 'Latex')

figure('position', [0 0 800 800])
N = fs*Tf;  % 时间窗口总点数
w = -fs/2 : fs/N : fs/2; % 窗口频率范围
Fw = fft(ft);
Yw = fft(yt);
Fw_rec = fft(ft_rec);

subplot(311)
plot(w, abs(fftshift(Fw)), '-r', 'linewidth', 1)
ylabel('$F(\omega)$', 'Interpret', 'Latex')
title('调制信号的幅度谱')
subplot(312)
plot(w, abs(fftshift(Yw)), '-k', 'linewidth', 1)
ylabel('$C(w)$', 'Interpret', 'Latex')
title('已调信号的幅度谱')
subplot(313)
plot(w, abs(fftshift(Fw_rec)), '-b', 'linewidth', 1)
ylabel('$F_{\mathrm{rec}}(\omega)$', 'Interpret', 'Latex')
title('解调信号的幅度谱')
xlabel('$\omega$', 'Interpret', 'Latex')
```

运行结果见附图3–4。

4 实验内容

1. 已知某连续时间信号 $f(t)=u(t+1)-u(t-1)$，$\omega_0=2\pi$，假设信号的最高角频率为 $\omega_{\mathrm{m}}=5\omega_0$，请用“原理法”编写程序实现该信号在发送端的调制和接收端的解调，并且：
   (1) 分别绘制调制信号、载波信号、已调信号、解调信号的时域图形，分析现象；
   (2) 分别绘制调制信号、已调信号、解调信号、滤波器、滤波后恢复信号的幅度谱图，分析现象；
   (3) 题中假设信号的高角频率为 $\omega_{\mathrm{m}}=5\omega_0$，请根据 $f(t)$ 的幅度谱说明这种假设是否合理？可以取其他 ω_{m} 值进行检验。
2. 针对第 1 题中的信号 $f(t)$：
   (1) 利用 `modulate()` 和 `demod()` 函数默认方法（`'am'`）实现幅度调制与解调，要求绘制相关信号的时域图形和频谱图形；
   (2) 进一步实现频率和相位调制与解调，仅绘制相关信号的时域图形即可。

5 实验报告

1. 简述实验目的和实验原理。
2. 完成实验内容部分的第 1–2 题，要求独自完成程序编写和绘图，写入报告。
3. 总结实验过程，记录结果与体会。

参考文献

[1] 陈后金, 胡健, 薛健. 信号与系统 (第三版). 北京: 清华大学出版社, 2017.

[2] 龚晶, 许凤慧, 卢娟, 等. 信号与系统实验. 北京: 机械工业出版社, 2022.

[3] 徐亚宁, 唐璐丹, 王旬, 等. 信号与系统分析实验指导书 (MATLAB 版). 西安: 西安电子科技大学出版社, 2012.

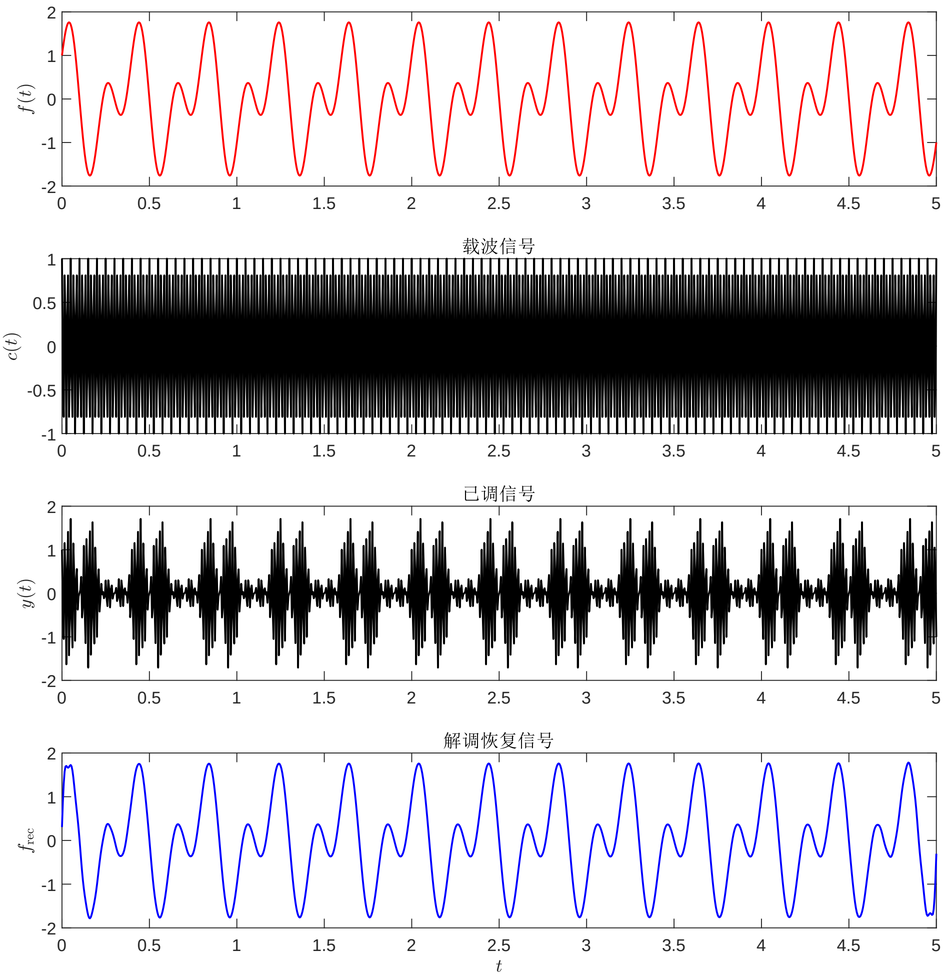

图 1: 信号时域图

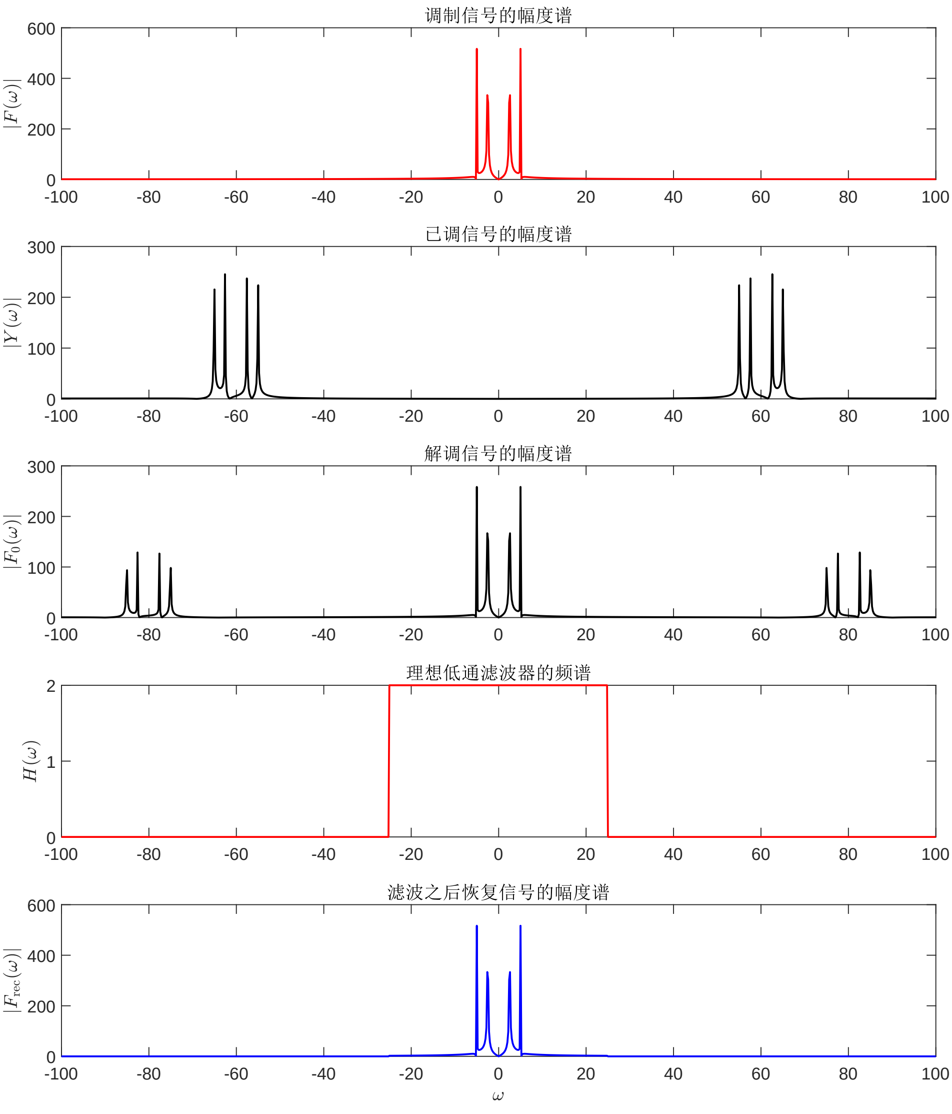
调制信号的幅度谱
$|F(\omega)|$
已调信号的幅度谱
$|Y(\omega)|$
解调信号的幅度谱
$|F_0(\omega)|$
理想低通滤波器的频谱
$H(\omega)$
滤波之后恢复信号的幅度谱
$|F_{\mathrm{rec}}(\omega)|$
ω

图 2: 信号频谱图

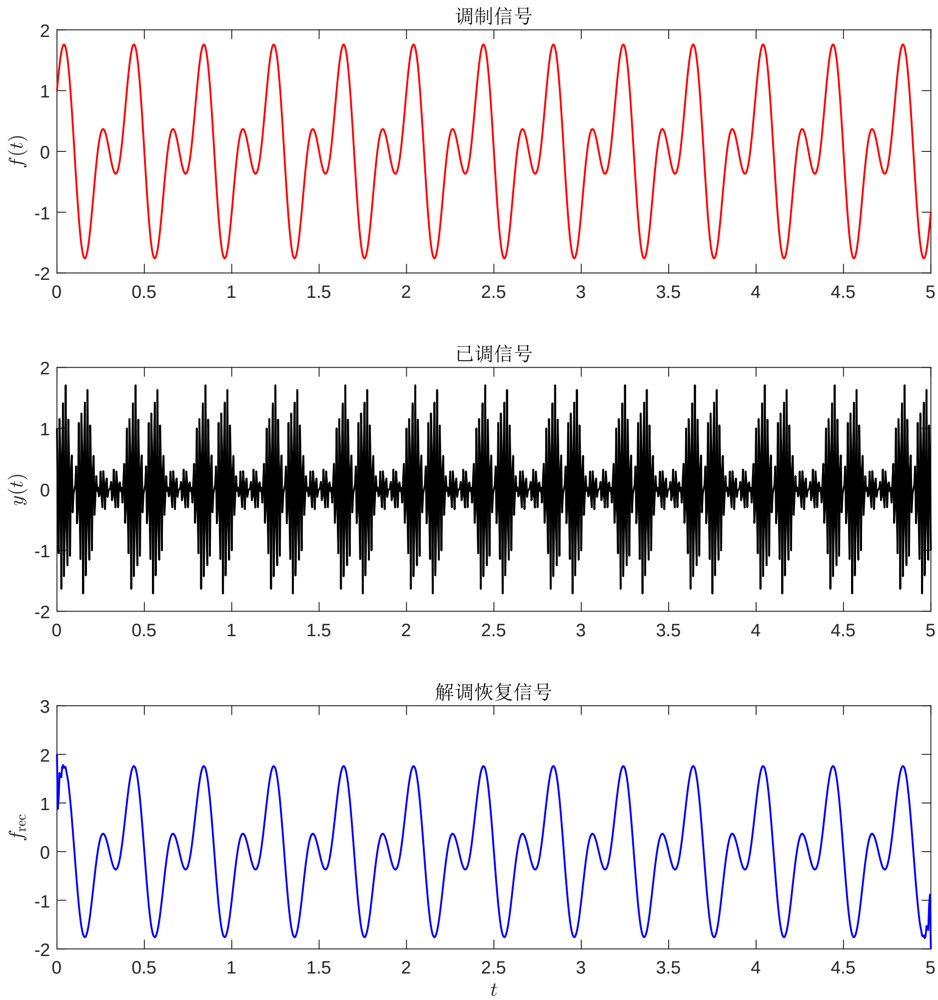

图 3: 信号时域图

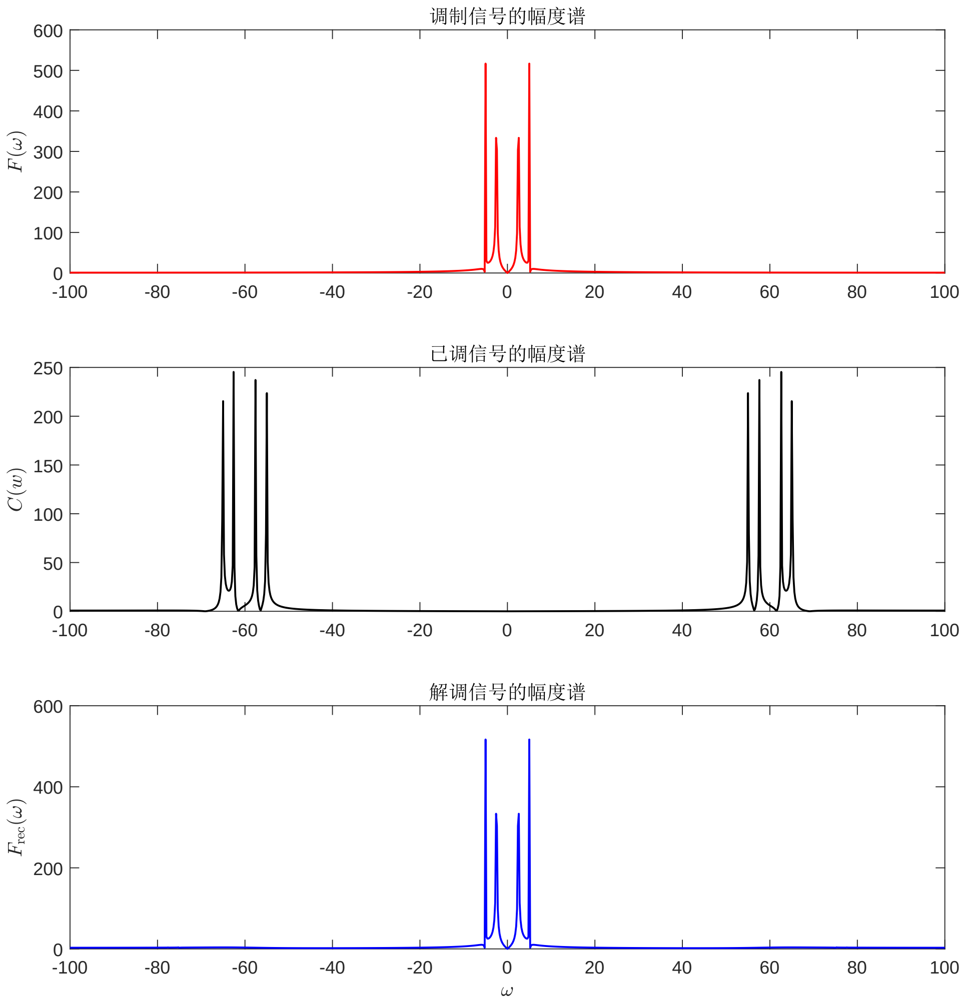

图 4: 信号频谱图