



江苏师范大学 电气工程及自动化学院
JIANGSU NORMAL UNIVERSITY SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING & AUTOMATION



信号与系统

第1章 信号与系统分析导论

李灿

| 12#503A

| lic@jsnu.edu.cn

| <https://sslic.cn/ss>





本章内容

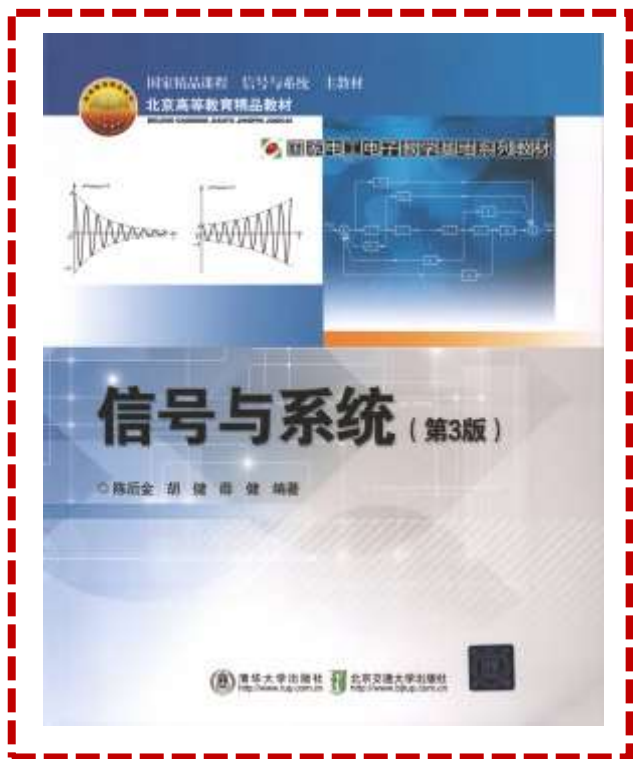
- 课程介绍
- 信号的描述及分类
- 系统的描述及分类



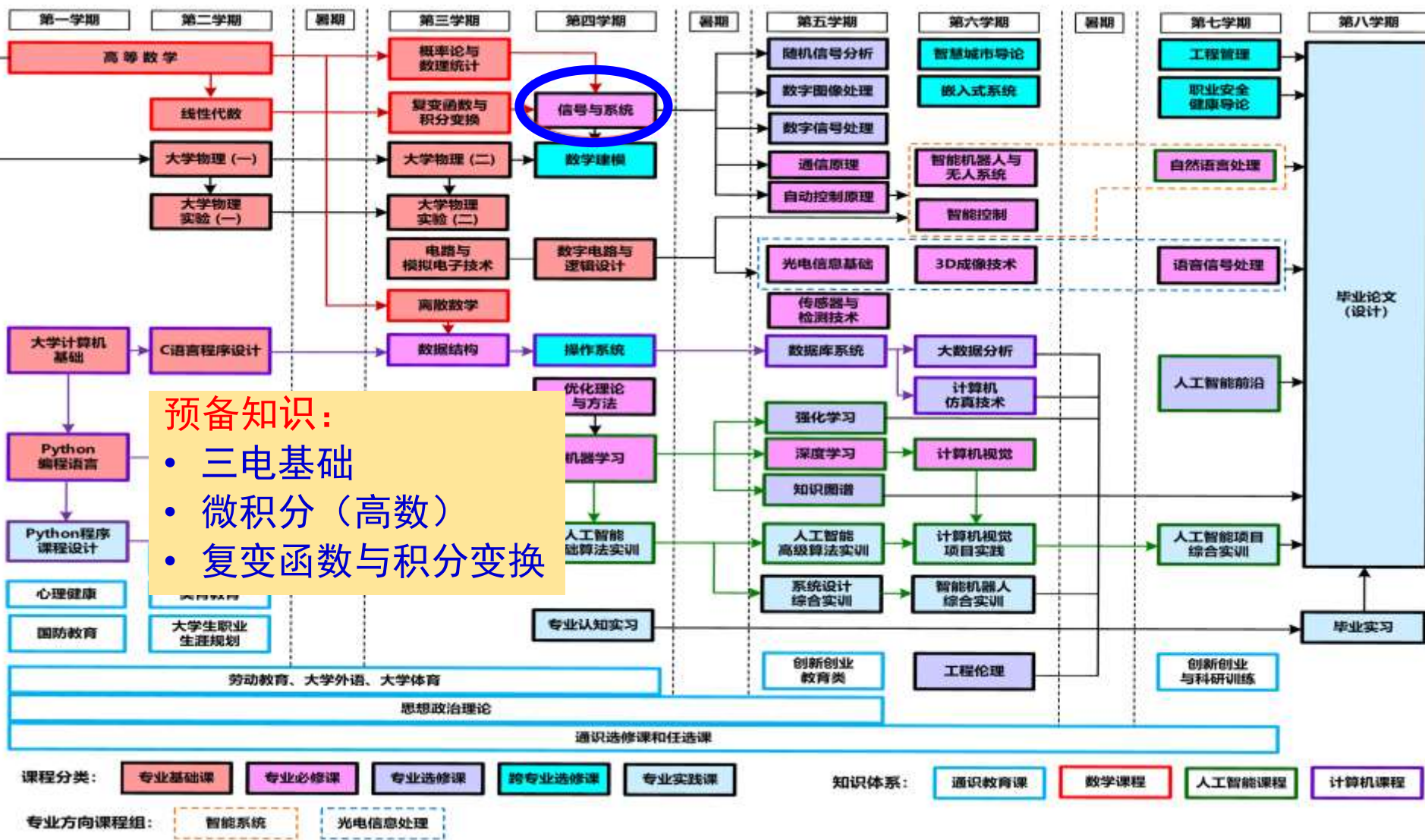
§1.0 课程介绍

1.0-1 参考教材

- 《信号与系统》第3版，陈后金主编，清华大学、北京交通大学出版社
- 《信号与系统》第2版，A. V. Oppenheim主编，电子工业出版社
- 《信号、系统和变换》原书第5版，C. L. Phillips主编，机械工业出版社

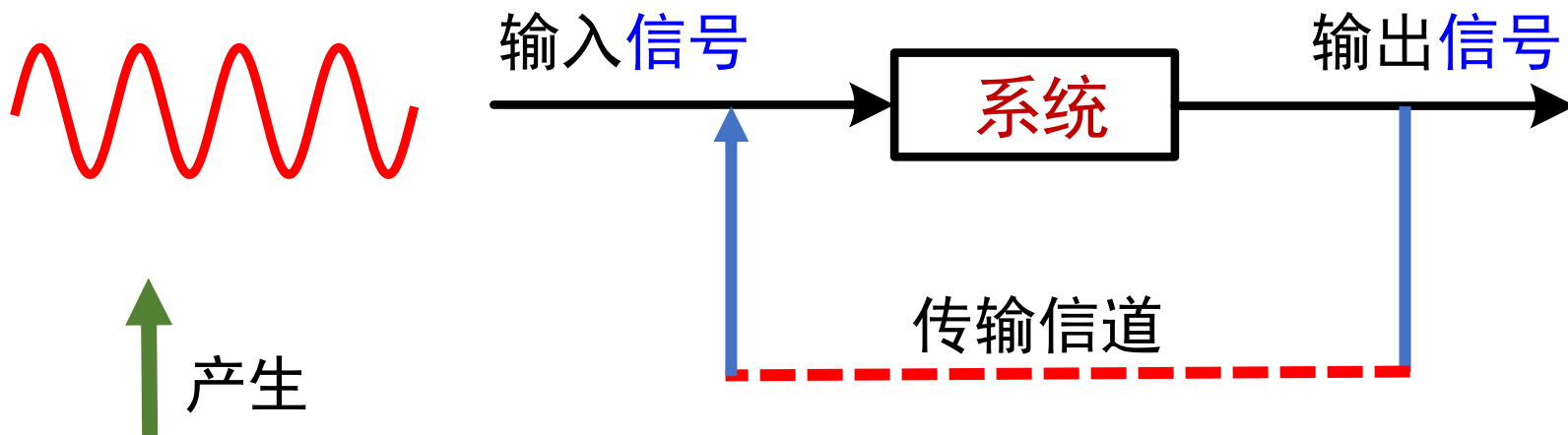


1.0-2 课程定位





1.0-3 课程内容



信号发生器

- 信号的表示（函数是什么）
- 系统的描述（模型是什么）
- 信号与系统相互依存



信号必由系统产生、发送、传输、接收、处理……

信号与系统

信号分析

连续信号

抽
样
↓
↑
重
建

离散信号

- 时域：冲击信号的线性组合
- 频域：正弦信号的线性组合(CFS, CTFT)
- 复频域：复指数信号的线性组合(单边, 双边)

- 时域：脉冲序列的线性组合
- 频域：正弦序列的线性组合(DFS, DTFT)
- 复频域：复指数序列的线性组合(单边, 双边)

系统分析

连续系统

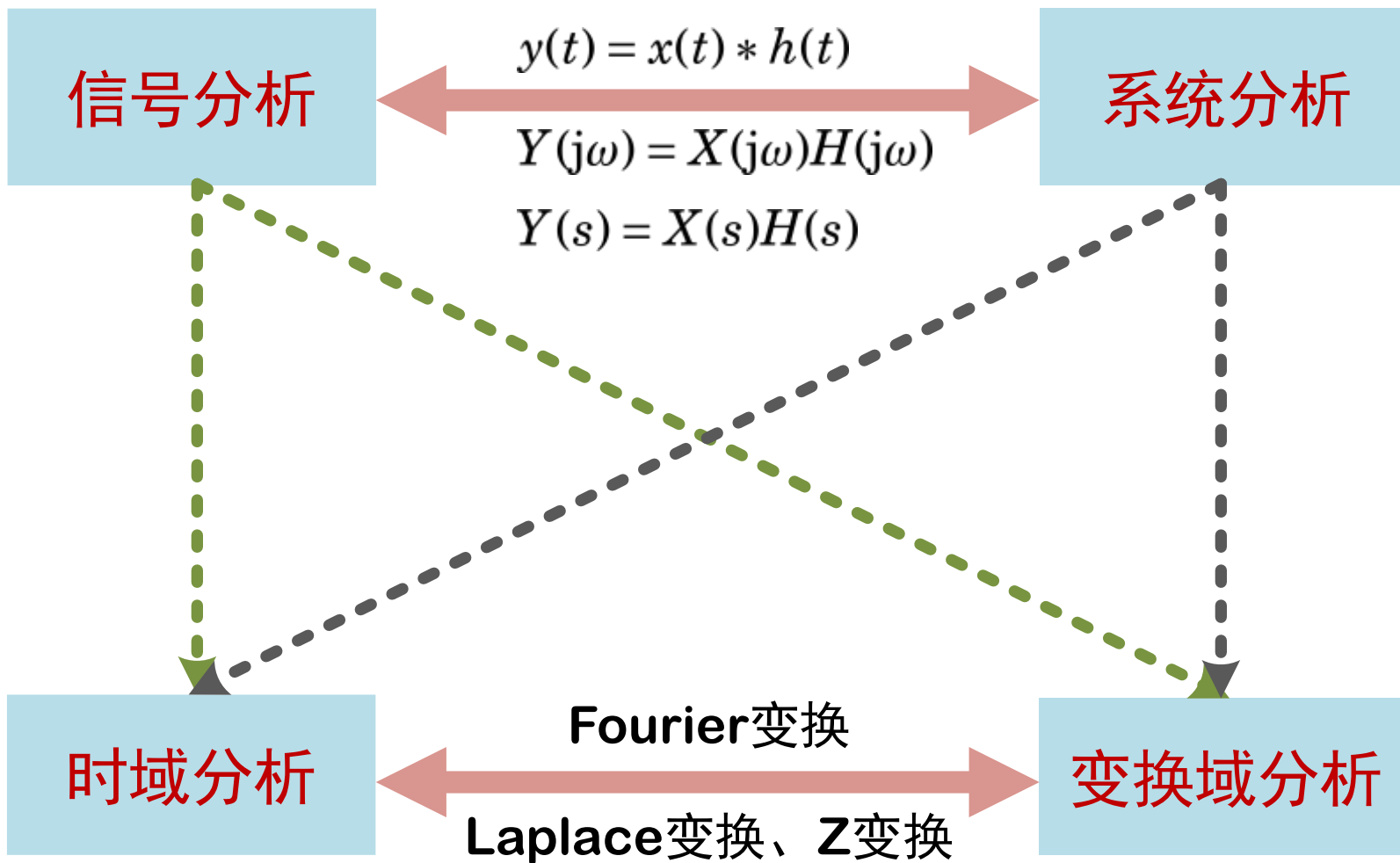
- 时域：微分方程 $h(t)$ $y(t) = x(t) * h(t)$
- 频域：频率响应 $H(j\omega)$ $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega)$
- 复频域：系统函数 $H(s)$ $Y(s) = X(s)H(s)$

离散系统

- 时域：差分方程 $h[k]$ $y[t] = x[t] * h[t]$
- 频域：频率响应 $H(j\Omega)$ $Y(j\Omega) = X(j\Omega)H(j\Omega)$
- 复频域：系统函数 $H(z)$ $Y(z) = X(z)H(z)$



1.0-3 课程内容





1.0-3 课程内容

□ 课时安排：

- 理论：36学时
- 实验：36学时

□ 实验工具软件：

- MATLAB

□ 理论作业：

- 8次左右（每周1次）

每人允许有2次作业迟交机会：第1次迟交当次作业评分按80%折算，第2次迟交按50%折算，其他按缺次处理计0分

□ 实践作业：

- 9个实验项目，每个实验项目提交1个实验报告



1.0-3 课程内容

- 实验一：连续时间信号的时域分析
- 实验二：连续时间系统的时域分析
- 实验三：离散时间信号和系统的时域分析
- 实验四：信号的频谱分析
- 实验五：连续时间系统的频域分析
- 实验六：连续时间系统的复频域分析
- 实验七：离散时间系统的Z域分析
- 实验八：信号的时域抽样与重建
- 实验九：信号的调制与解调



1.0-4 如何学好本课程

- 理解概念
- 掌握规律
- 注重联系
- 回归应用
- 动手练习



1.0-5 课程考试

□ 综合成绩（满分100分） = 平时20% + 实验10% + 期末70%

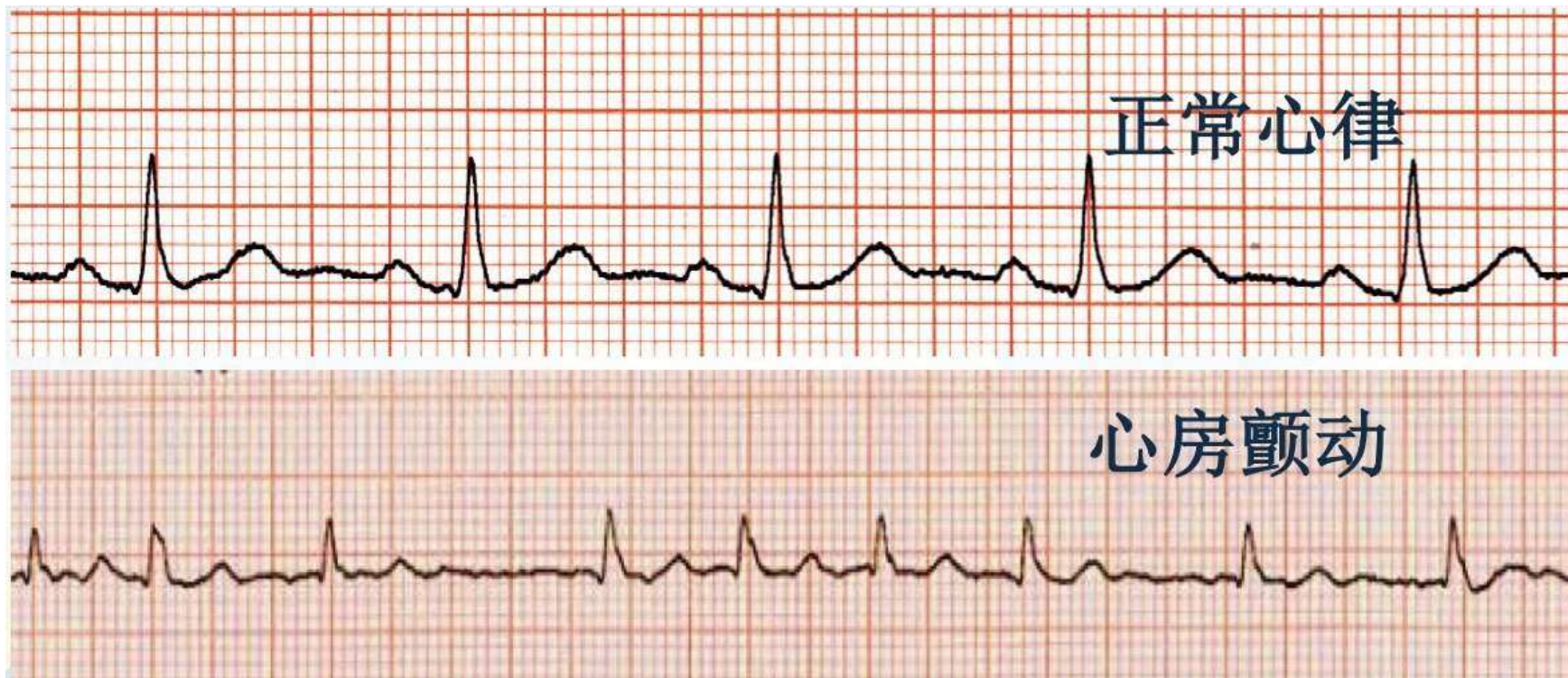
1. 平时成绩：作业、出勤、课堂提问、讨论情况等，占 20%
2. 实验成绩：上机操作、实验报告等，占 10%
3. 期末成绩：闭卷考试，占 70%
4. 迟到1次平时分扣1-4分，旷课1次平时分扣5分



§1.1 信号的描述及分类

1.1-0 什么是信号

□ **狭义：** 消息（信息）的表现形式与传送载体

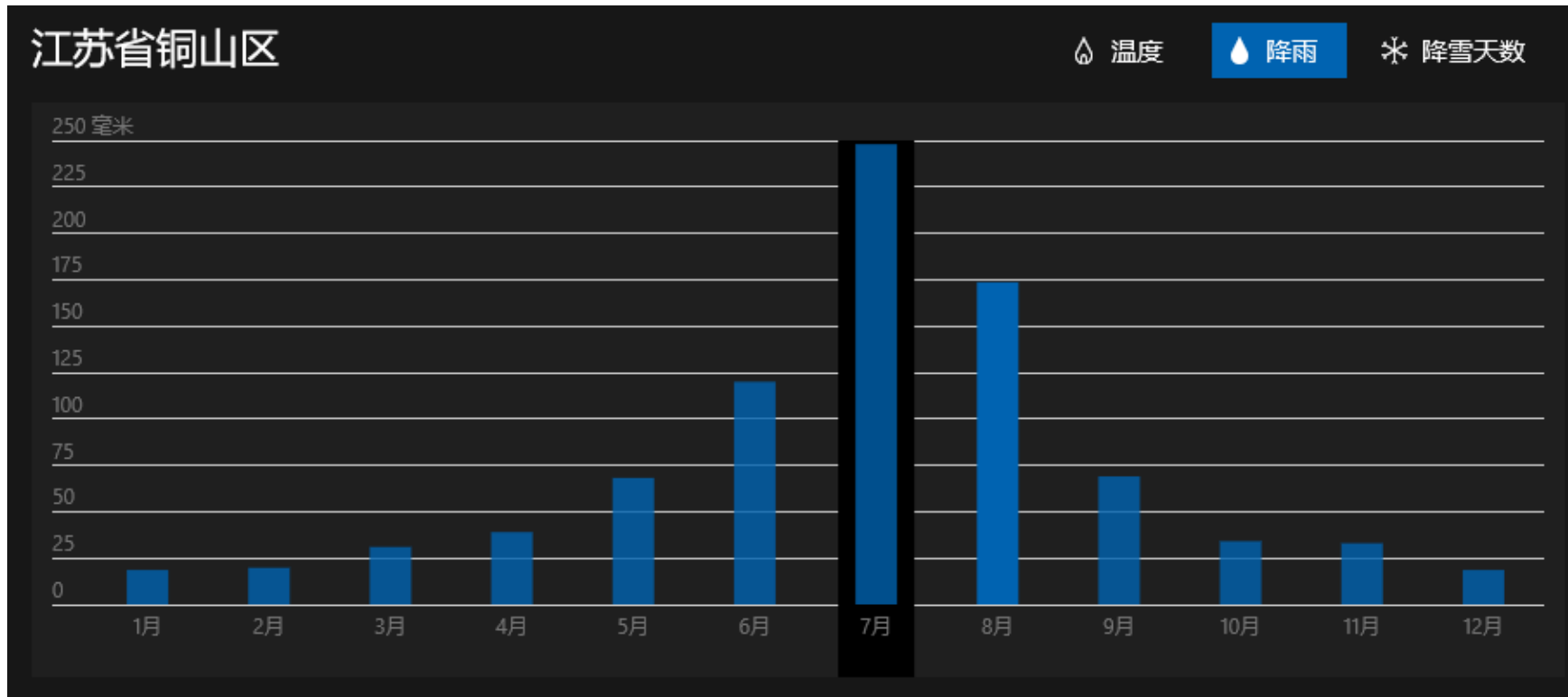


• 诊断心脏类疾病



1.1-0 什么是信号

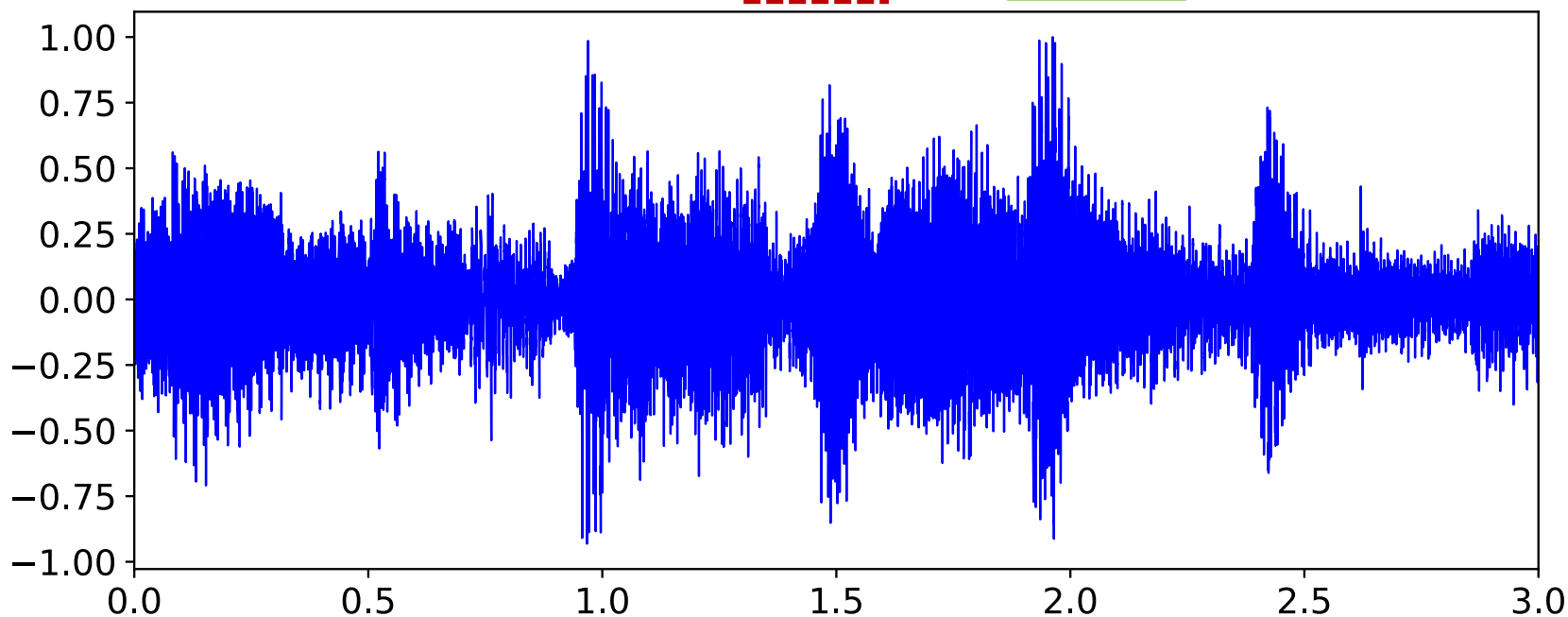
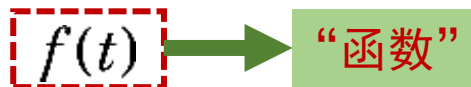
□ **狭义：**消息（信息）的表现形式与传送载体



• 反映该地区全年的降雨分布情况

1.1-0 什么是信号

□ 广义：随一些参数变化的某种物理量



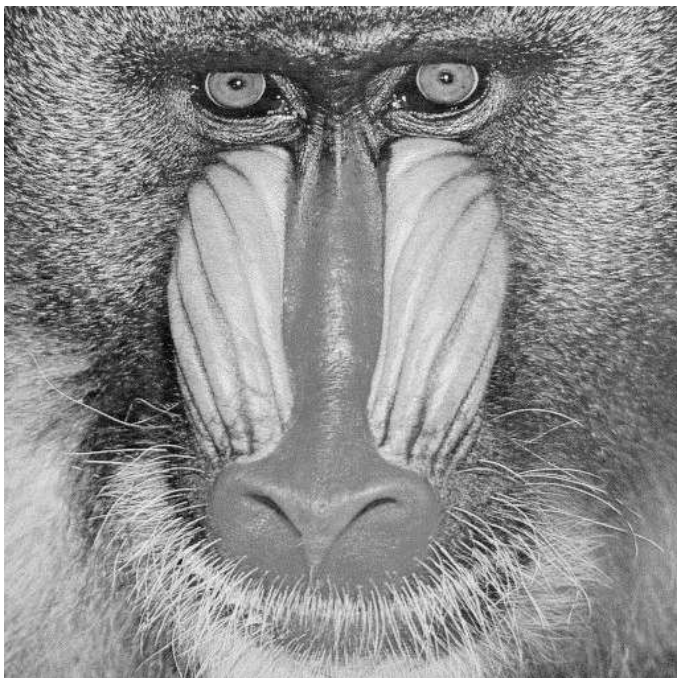
- 声信号：空气压力随时间变化的函数
- 电信号：电流或电压随时间变化的函数





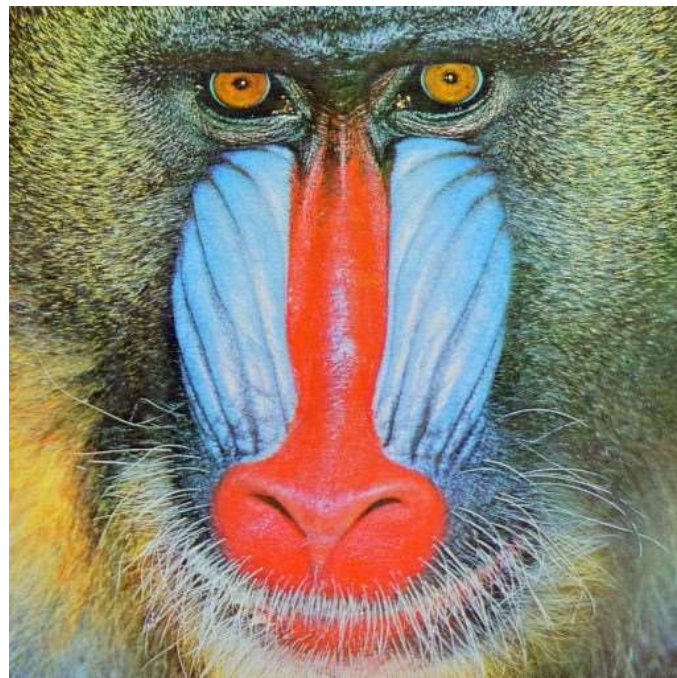
1.1-0 什么是信号

□ **数学定义：** 一个或多个变量的函数——本课**信号**等价于**函数**



$$B(x, y)$$

静止**单色**图像信号



$$I(x, y) = \begin{bmatrix} I_R(x, y) \\ I_G(x, y) \\ I_B(x, y) \end{bmatrix}$$

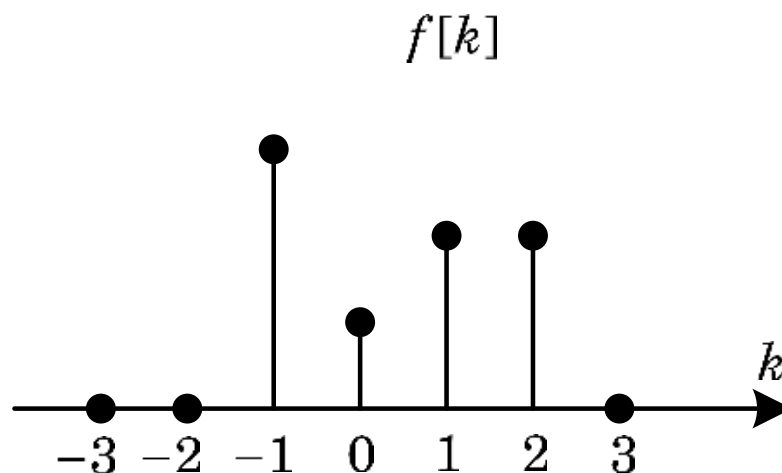
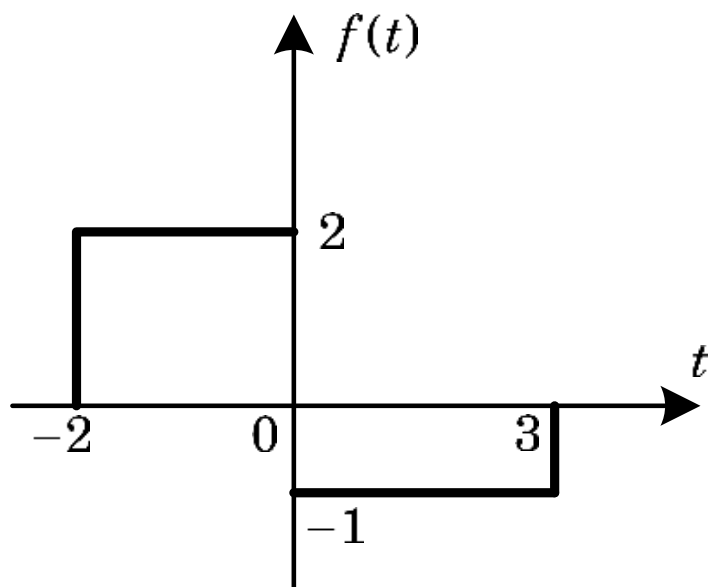
静止**彩色**图像信号



1.1-0 什么是信号

□ 描述形式:

- 函数 $f(t)$ $f[k]$
- 波形





1.1-0 信息vs.数据vs.信号

□ 信息 (Information)

- 数据的内涵
- 人能理解

□ 数据 (Data)

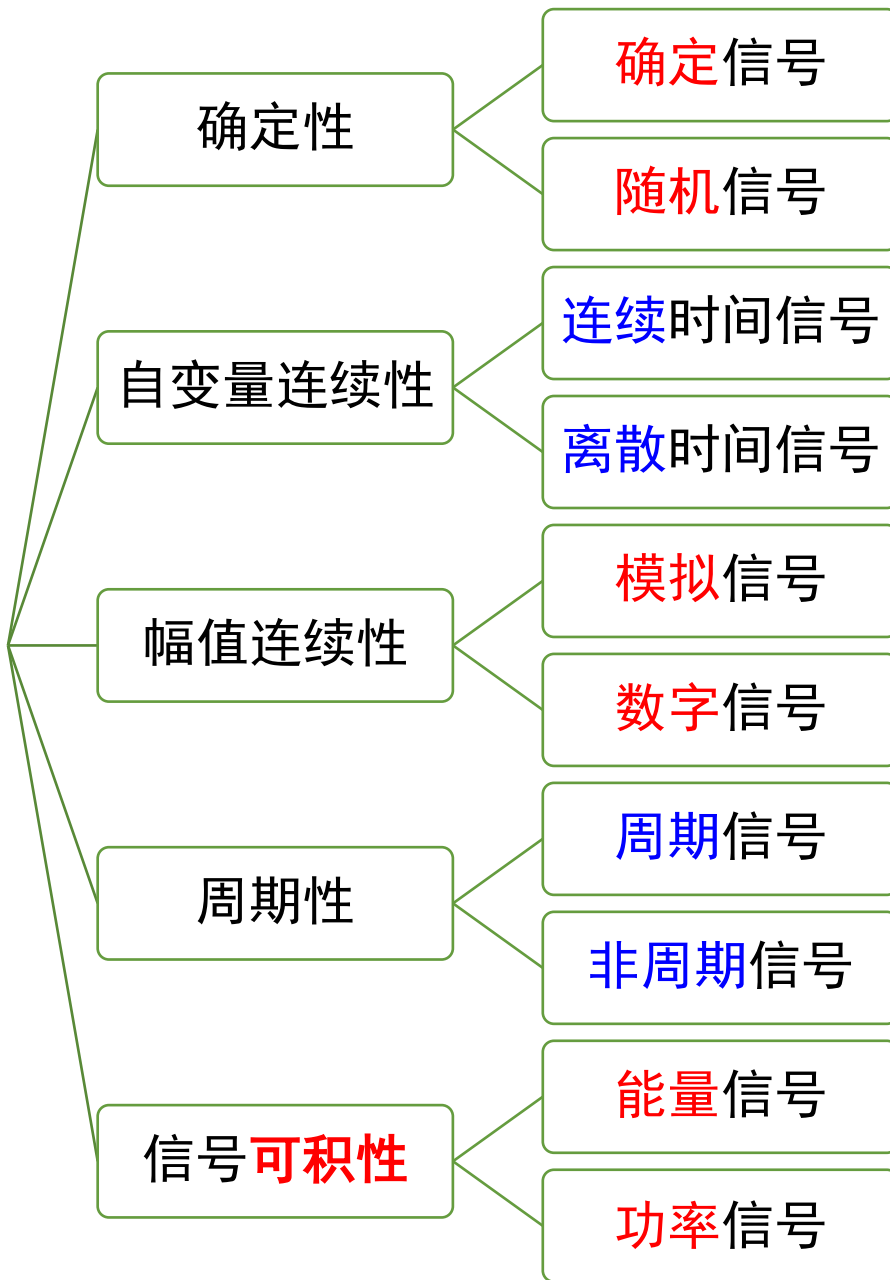
- 数据的内涵
- 可存储，计算机能理解

□ 信号 (Signal)

- 数据的载体
- 数学上可表述，物理上可实现

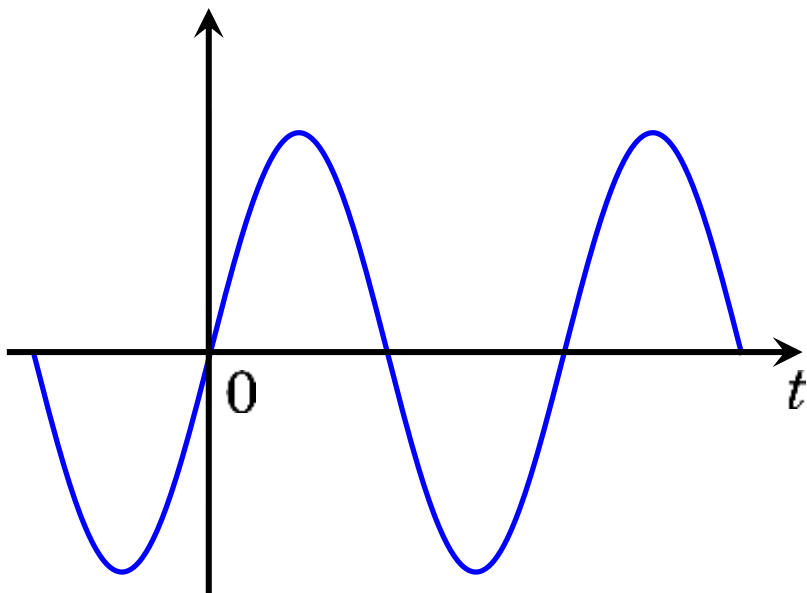


信号分类

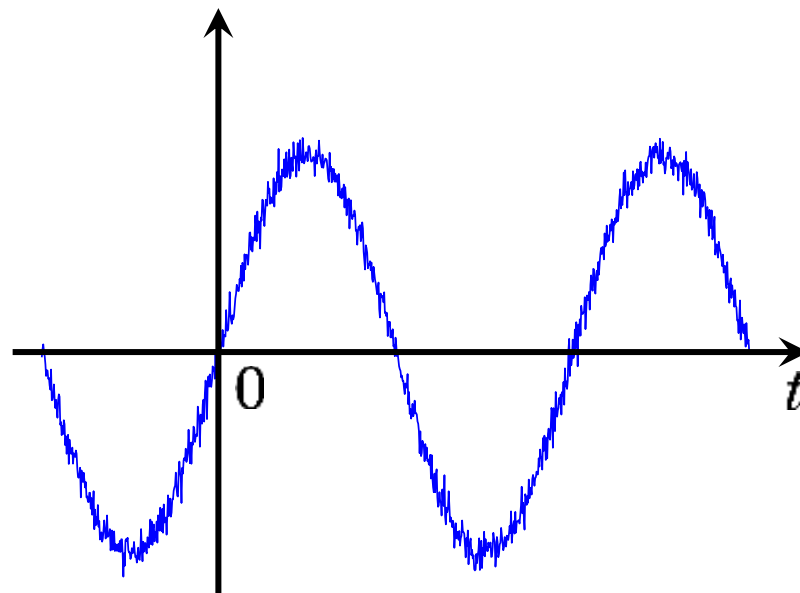




1.1-1 确定信号与随机信号



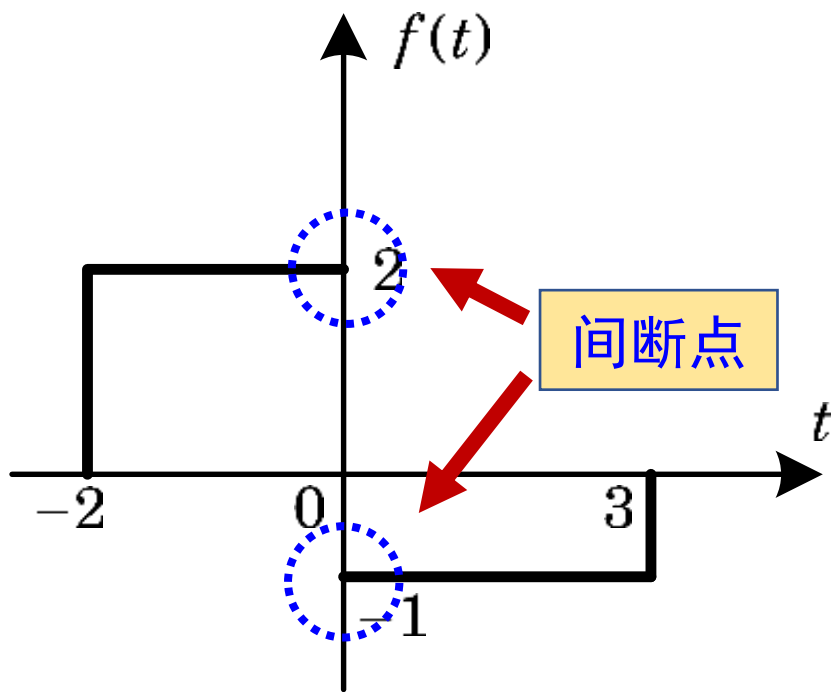
确定信号



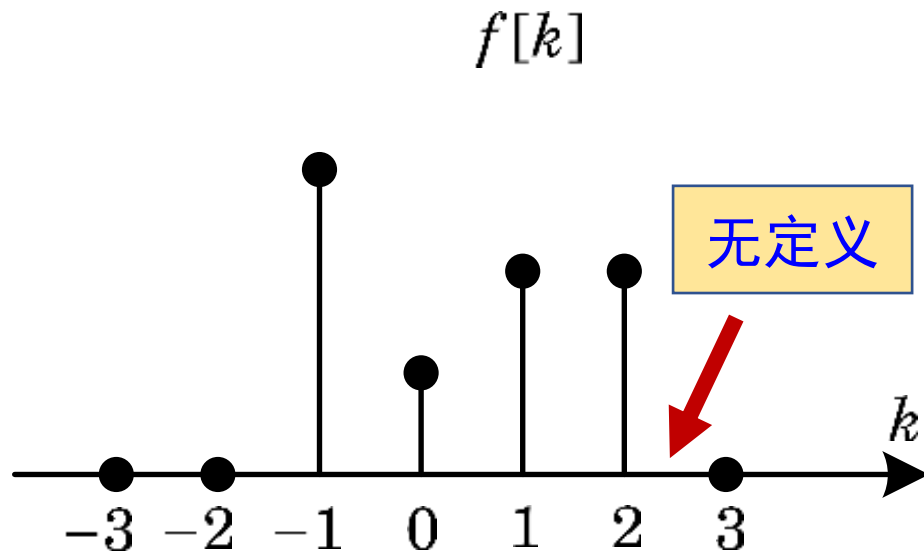
随机信号的一个样本



1.1-2 连续时间与离散时间信号



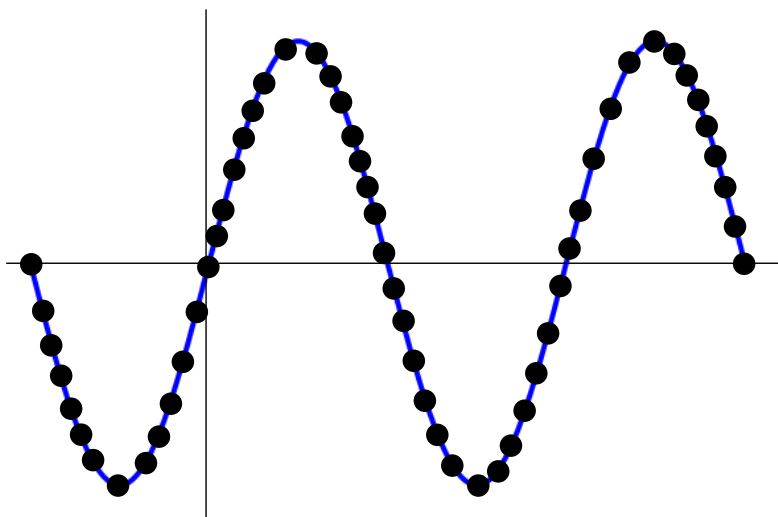
连续时间信号



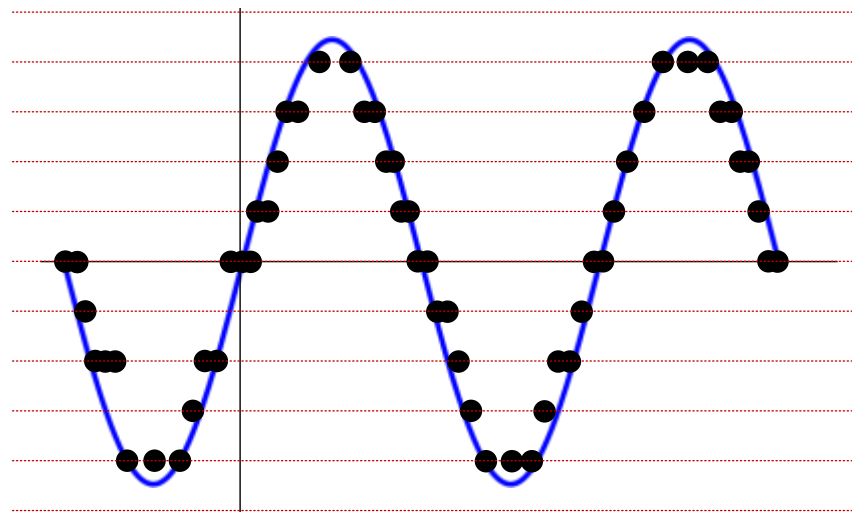
离散时间信号



1.1-3 模拟信号与数字信号



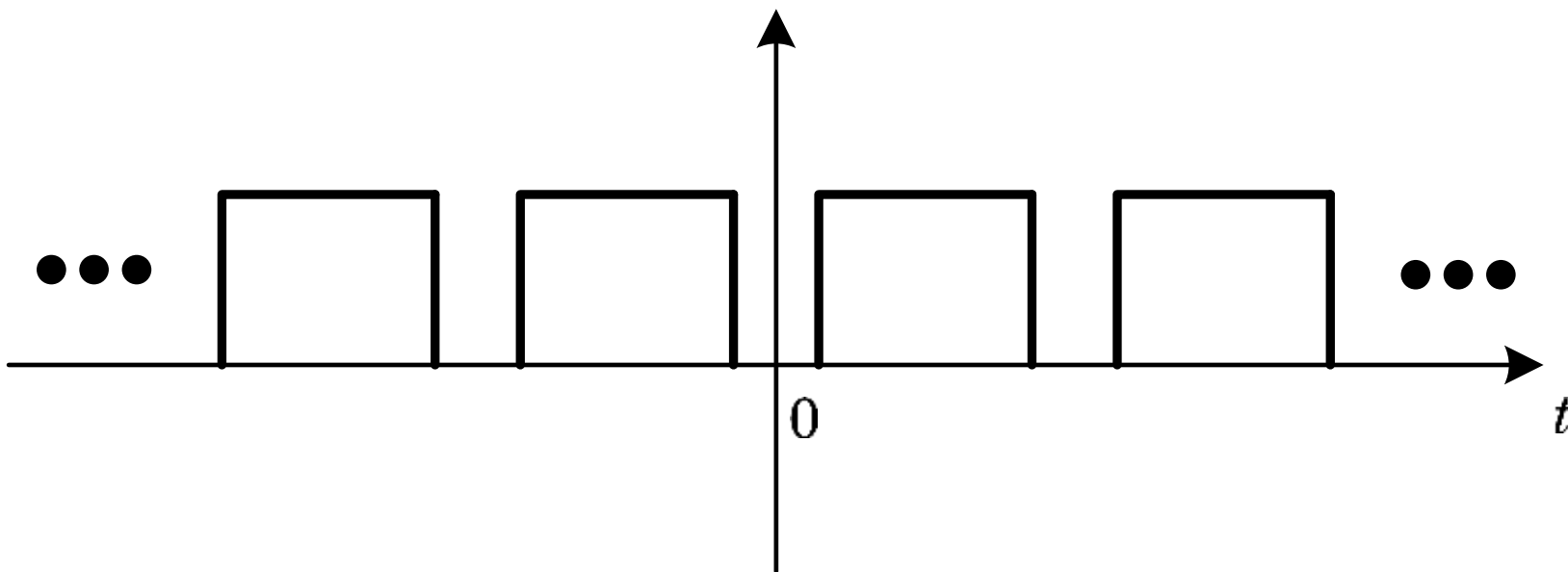
模拟信号



数字信号



1.1-4 周期信号与非周期信号



- **连续**: $f(t) = f(t + T_0), -\infty < t < \infty$
- **离散**: $f[k] = f(k + N), -\infty < k < \infty, k \in \mathbb{Z}$



周期



其最小正数
为基本周期

- 非周期信号?



1.1-4 周期信号与非周期信号

【例】下列是否为周期信号？

$$f_1(t) = \cos(\omega_0 t)$$

$$f_2[k] = \cos(\Omega_0 k)$$

$$f_3(t) = \begin{cases} \sin(t), & t < 0 \\ \cos(t), & t \geq 0 \end{cases}$$



非周期：间断点不复现

$$f_1(t) = \cos(\omega_0 t)$$

$$= \cos(\omega_0(t + T_0))$$

$$= \cos(\omega_0 t + \omega_0 T_0)$$

$$\Rightarrow T_0 = \frac{m2\pi}{\omega_0} \stackrel{\text{}}{=} m2\pi$$

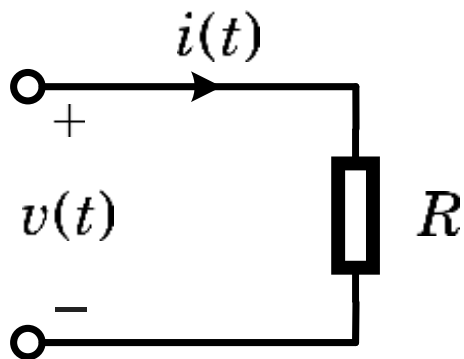
$$f_2[k] = \cos(\Omega_0 k + \Omega_0 N)$$

$$\stackrel{\text{}}{=} m2\pi$$

$$\Rightarrow N = \frac{m2\pi}{\Omega_0} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{m} = \frac{2\pi}{\Omega_0} \in \mathbb{Q}$$

1.1-5 能量信号与功率信号



瞬时功率:
$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{1}{R}v^2(t)$$
$$= Ri^2(t)$$

• 消耗能量:
$$\int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}v^2(t)dt$$

• 平均功率:
$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R}v^2(t)dt$$

无穷区间内, 任何信号采用能量/功率术语, 不关联具体物理量



1.1-5 能量信号与功率信号

- 归一化能量：

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$$

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |f[k]|^2$$

- 归一化功率：

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |f[k]|^2$$

- 能量信号： $0 < E < \infty, P = 0$
- 功率信号： $E = \infty, 0 < P < \infty$

其他可能

- $E = 0, P = 0$ ✘
- $E = \infty, P = \infty$ ✔



1.1-5 能量信号与功率信号

【例】1. $f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$

2. $f_2(t) = e^{-t}$

3. $f_3[k] = a^k, a \in (0, 1)$
 $k \geq 0$

• $f_1(t)$ 为功率信号

正/余弦信号的功率均只与幅值A有关，与角频率 ω_0 和相位 θ 无关

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$E_0 = \int_0^{T_0} |A \sin(\omega_0 t + \theta)|^2 dt$$

$$= \frac{A^2}{2} \int_0^{T_0} (1 - \cos(2\omega_0 t + 2\theta)) dt$$

$$= \frac{A^2 T_0}{2}$$

一个周期内积分为0

$$E_1 = \lim_{m \rightarrow \infty} m E_0 = \infty$$

$$P_1 = P_0 = \frac{E_0}{T_0} = \frac{A^2}{2} < \infty$$



1.1-5 能量信号与功率信号

【例】1. $f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$

2. $f_2(t) = e^{-t}$

3. $f_3[k] = a^k, a \in (0, 1)$
 $k \geq 0$

$$E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-2t} dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} e^T = \infty$$

$$P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^T}{2T} = \infty$$

- $f_1(t)$ 为功率信号
- $f_2(t)$ 均不是



1.1-5 能量信号与功率信号

【例】1. $f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$

2. $f_2(t) = e^{-t}$

3. $f_3[k] = a^k, a \in (0, 1)$
 $k \geq 0$

$$E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-2t} dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} e^T = \infty$$

$$P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^T}{2T} = \infty$$

• $f_1(t)$ 为功率信号

• $f_2(t)$ 均不是

• $f_3[k]$ 为能量信号

$$E_3 = \sum_{k=0}^{\infty} a^{2k} = \frac{1}{1-a^2} < \infty$$

$$P_3 = 0$$

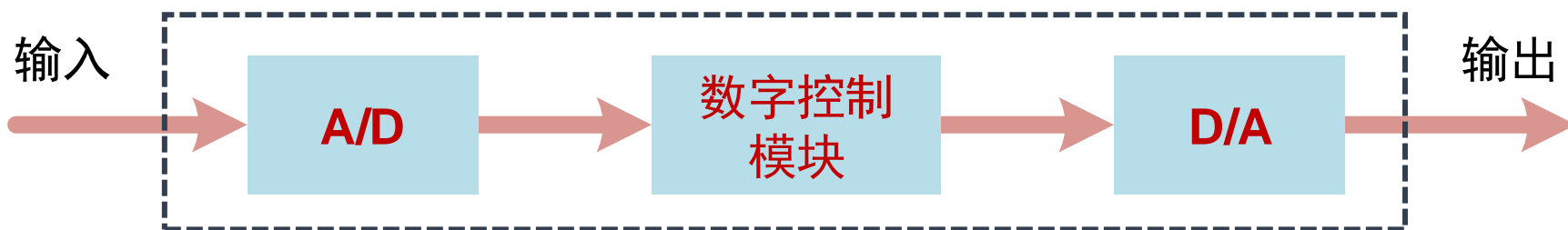
周期信号、直流信号都是功率信号



§1.2 系统的描述及分类

1.2-0 什么是系统

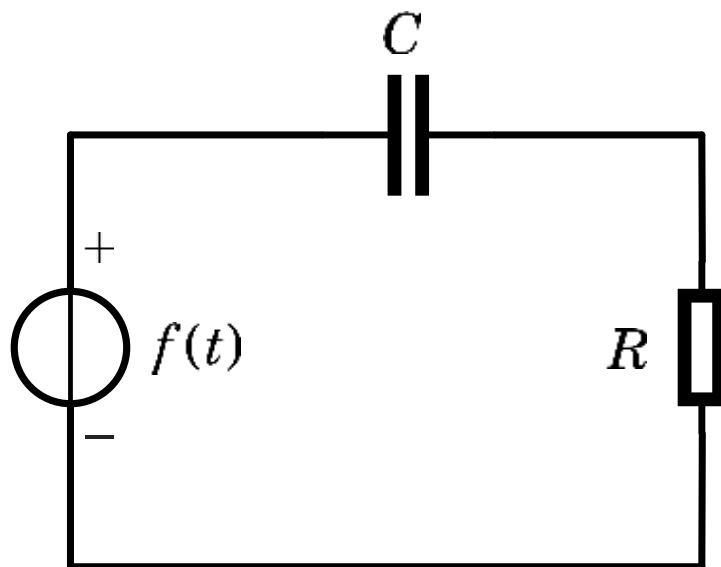
- **定义**：相互依赖和作用的**若干单元**组成，完成某些特定功能（**信号加工处理**）的**整体**



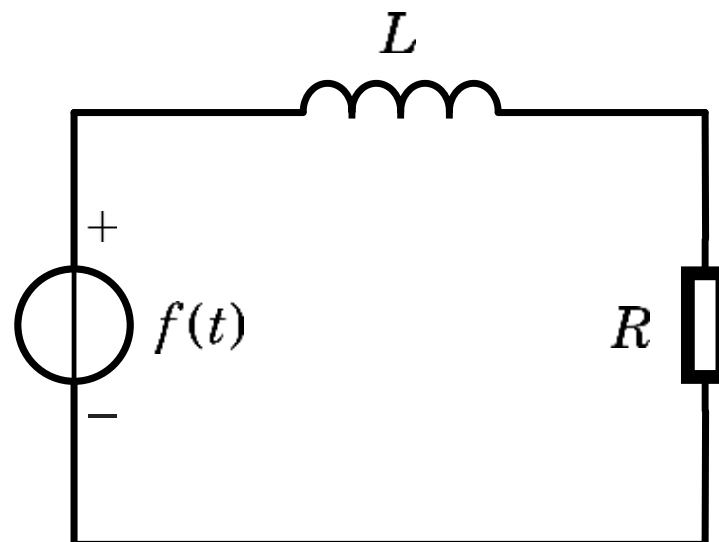
数字控制系统

1.2-0 什么是系统

- **定义**：相互依赖和作用的**若干单元**组成，完成某些特定功能（**信号加工处理**）的**整体**



低通滤波器



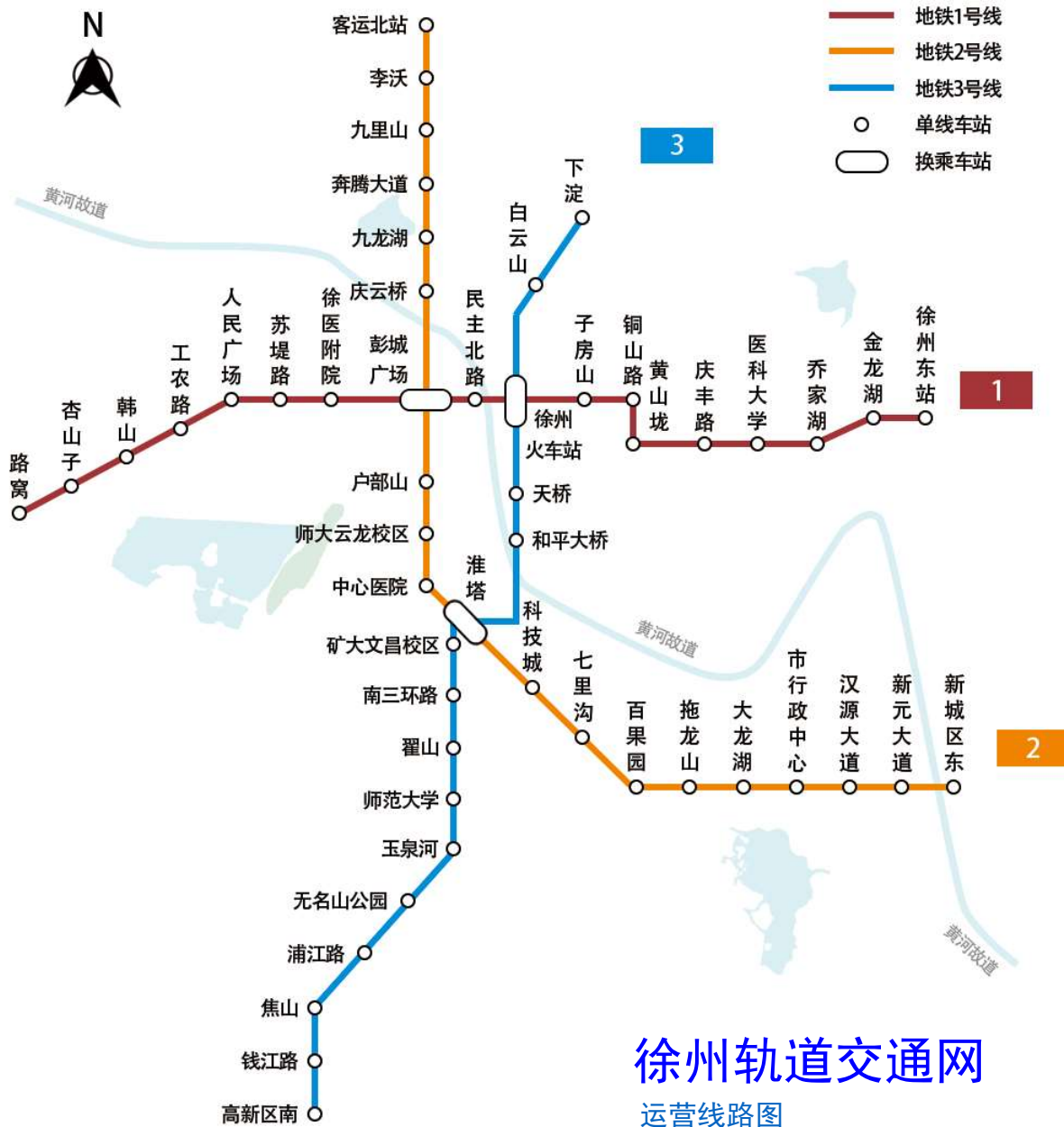
高通滤波器



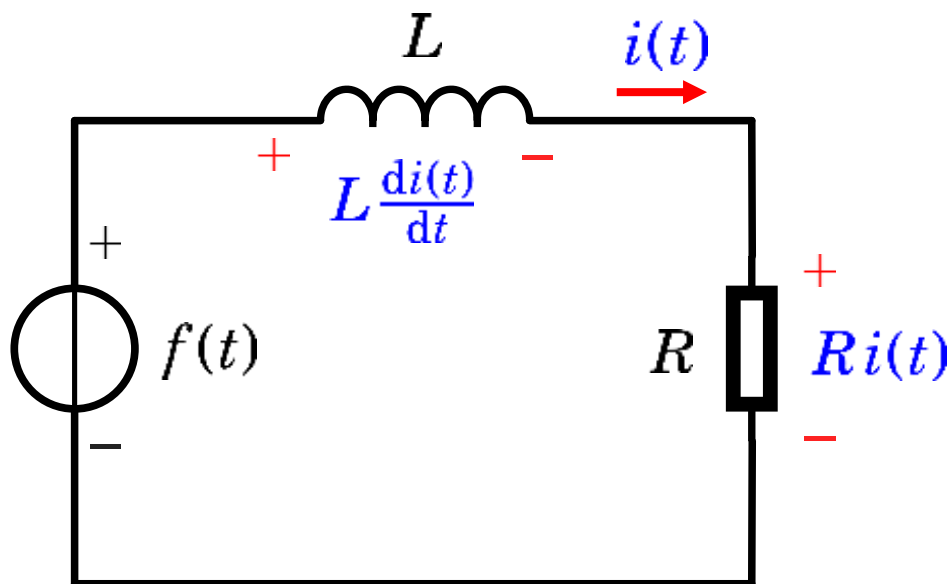
计算机



航空航天



1.2-1 系统的数学模型



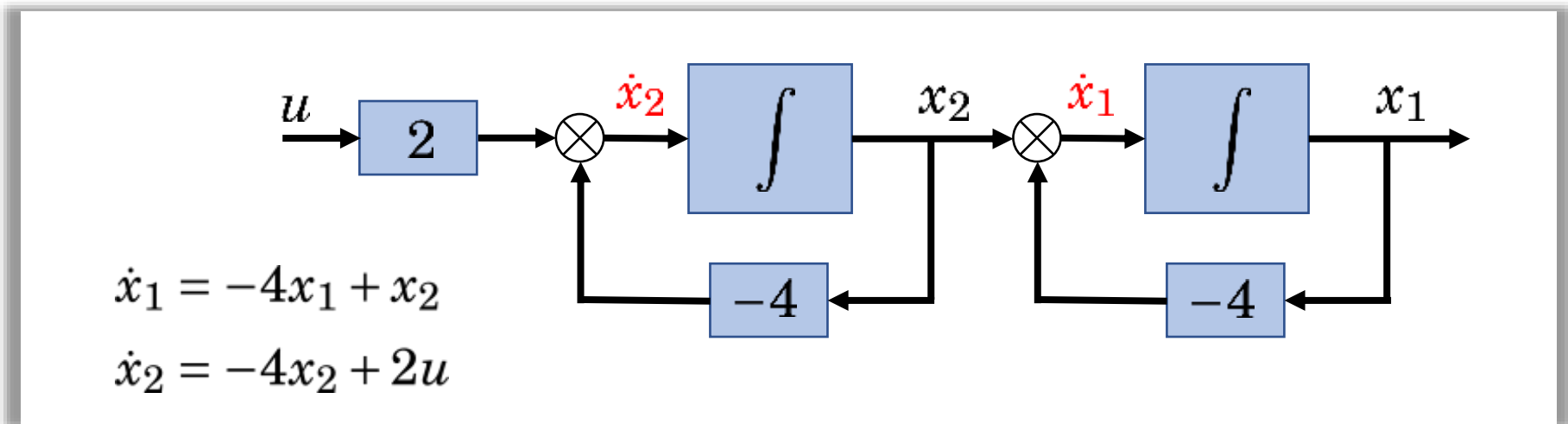
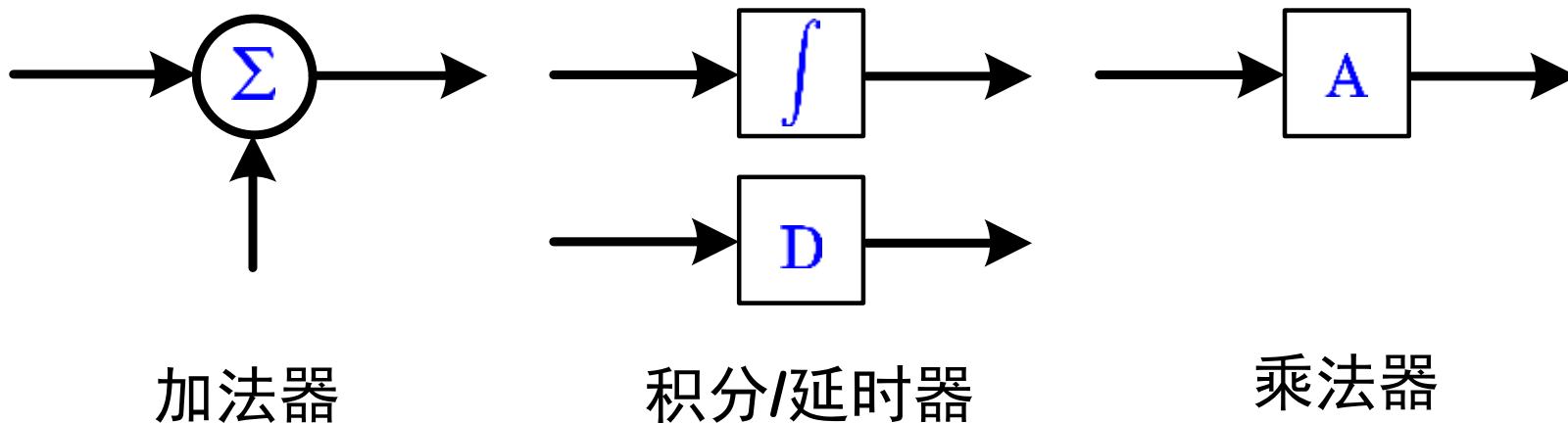
系统微分方程：

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = f(t)$$

- **输入输出**描述法：**SISO**，**N**阶微分方程
 - 单位冲激响应、频率响应、系统函数（传递函数）
——经典控制的模型基础
- **状态变量**描述法：**MIMO**、内部状态，**N**个一阶微分方程
——现代控制的模型基础

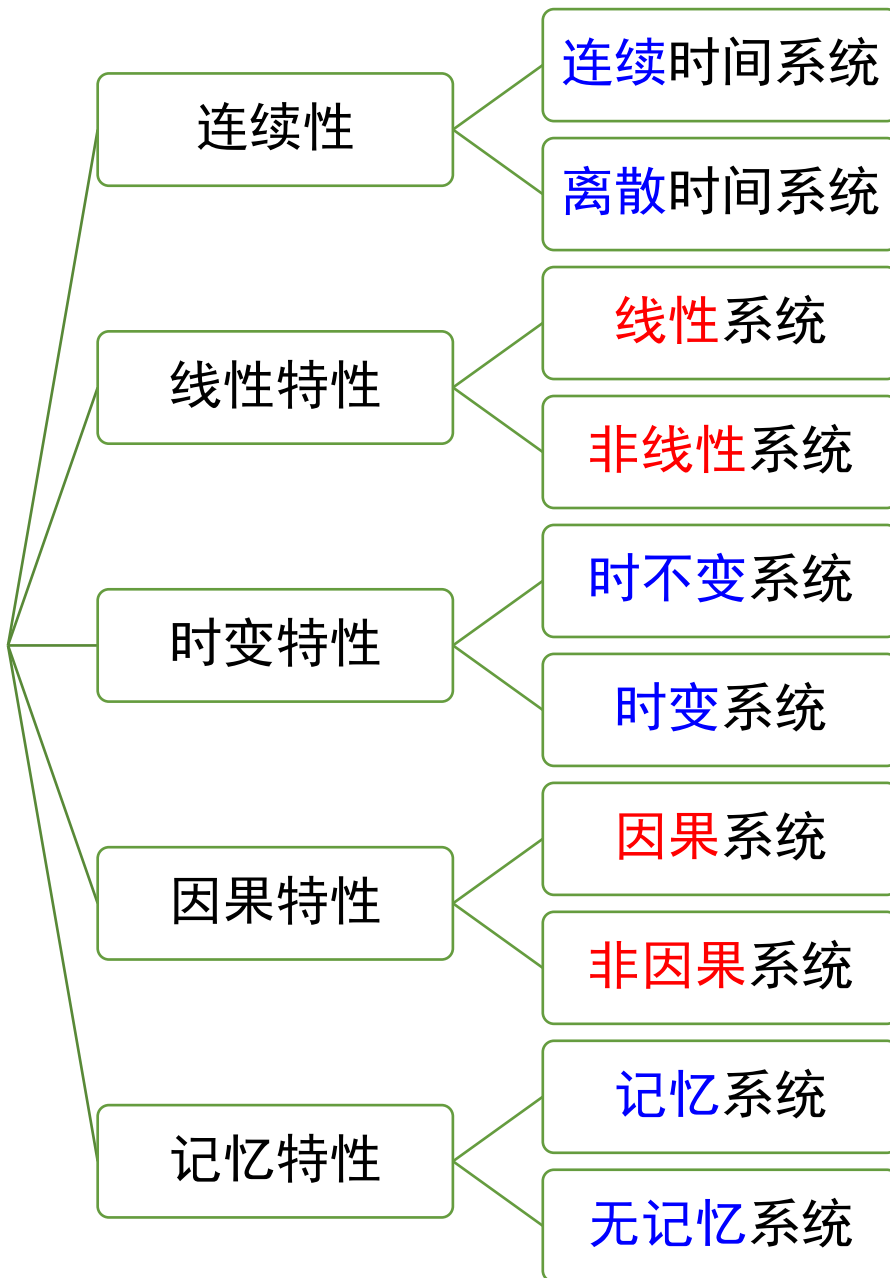


1.2-2 系统的框图表示





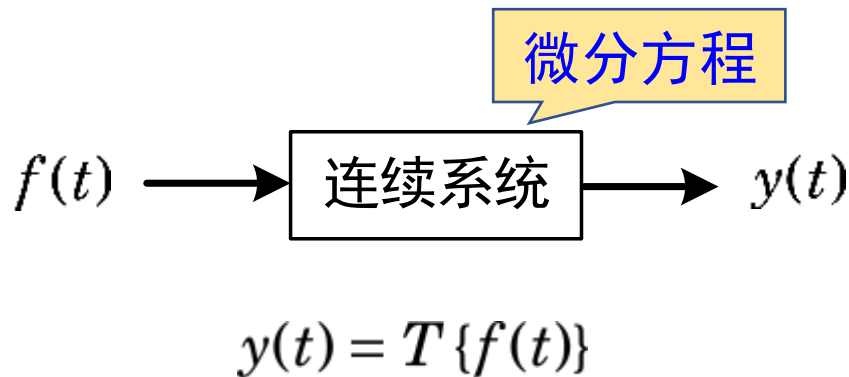
系统分类



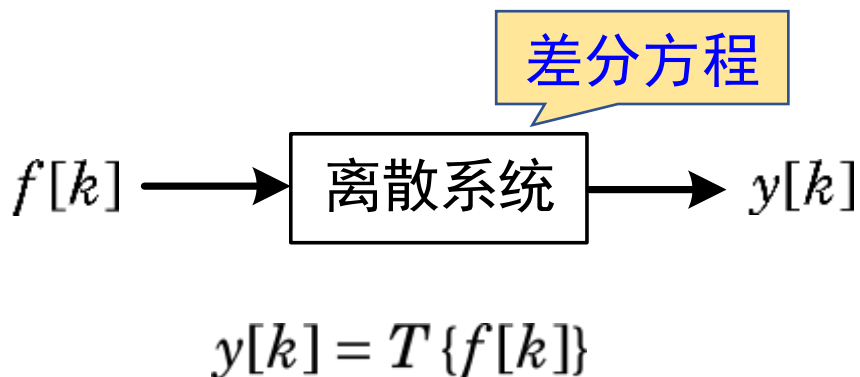


1.2-3 连续时间系统与离散时间系统

- 连续时间系统：输入激励与输出响应都必须为**连续时间信号**



- 离散时间系统：输入激励与输出响应都必须为**离散时间信号**



其他类型：
采样数据控制系统
数字控制系统



1.2-4 线性系统与非线性系统

□ **线性系统**：具有**线性特性**的系统

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= T\{f_1(t)\} \\ y_2(t) &= T\{f_2(t)\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T\{\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\} = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

$$\alpha = 0, \beta \neq 0$$

$$\alpha \neq 0, \beta = 0$$

$$\alpha = 1, \beta = 1$$

均匀特性、齐次性

叠加特性、可加性



先线性运算，再经过系统 \Leftrightarrow 先经过系统，再线性运算



1.2-4 线性系统与非线性系统

以下系统是否为线性系统？

$$f(t) \longrightarrow \boxed{\int} \longrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$$

解：令 $f(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$

$$\begin{aligned} \text{则 } T\{f(t)\} &= \int_{-\infty}^t (\alpha f_1(\tau) + \beta f_2(\tau)) d\tau \\ &= \alpha \int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau + \beta \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau \\ &= \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) \end{aligned}$$

所以是线性系统

—||—

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\tau) d\tau$$

电容为线性元件

电阻、电感...

及构成的电路...



1.2-4 线性系统与非线性系统

□ 系统含有**非零初始状态**时，如何判定系统的线性？

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= T \left\{ \begin{bmatrix} f_1(t) \\ x_1(0) \end{bmatrix} \right\} \\ y_2(t) &= T \left\{ \begin{bmatrix} f_2(t) \\ x_2(0) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T \left\{ \alpha \begin{bmatrix} f_1(t) \\ x_1(0) \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} f_2(t) \\ x_2(0) \end{bmatrix} \right\} \\ &= \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

□ 线性系统的**完全响应**为**零输入响应**与**零状态响应**之和

$$y(t) = T \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ x(0) \end{bmatrix} \right\} + T \left\{ \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = y_x(t) + y_f(t)$$

线性系统
必要条件



1.2-4 线性系统与非线性系统

线性系统判定的**3个条件**:

1. **可分解性**: 输出响应可分解为零输入响应与零状态响应之和
2. **零输入响应线性**: 所有初始状态
3. **零状态响应线性**: 所有输入信号



1.2-4 线性系统与非线性系统

【例】判断以下系统是否为线性系统？

1. $y(t) = 4y(0) + 2\frac{df(t)}{dt}$ 不可分解，非线性系统

2. $y(t) = 4y(0)f(t) + 3f(t)$

3. $y(t) = 2y(0) + 6f^2(t)$ 零状态响应非线性

解：第1个系统，零输入响应 $4y(0)$ 为线性

对于零状态响应 $2\frac{df(t)}{dt}$ ，令 $f(t) = \alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$

$$\text{则 } T\{\alpha f_1 + \beta f_2\} = 2\frac{d(\alpha f_1)}{dt} + 2\frac{d(\beta f_2)}{dt} = \alpha T\{f_1\} + \beta T\{f_2\}$$

零状态响应也为线性



1.2-4 线性系统与非线性系统

【例】判断以下系统是否为线性系统？

1. $y(t) = 4y(0) + 2 \frac{df(t)}{dt}$

不可分解，非线性系统

2. $y(t) = 4y(0)f(t) + 3f(t)$

3. $y(t) = 2y(0) + 6f^2(t)$

零状态响应非线性

思考： $y(t) = f(t) + 1$ 是否为线性系统？



1.2-4 线性系统与非线性系统

【例】已知某线性连续时间系统， $y(0) = 2$ 时， $y_x = 6e^{-4t}$ ， $t \geq 0$ ； $y(0) = 8$ 与 $f(t)$ 共同作用下 $y(t) = 3e^{-4t} + 5e^{-t}$ ， $t \geq 0$ 。求：

(1) $y_f(t)$

(2) $y(0) = 1$ 与 $3f(t)$ 作用下的全响应

解：(1) $y(0) = 8$ 对应 $4y_x(t) = 24e^{-4t}$ ， $t \geq 0$

$$4y_x(t) + y_f(t) = y(t) = 3e^{-4t} + 5e^{-t}, t \geq 0$$

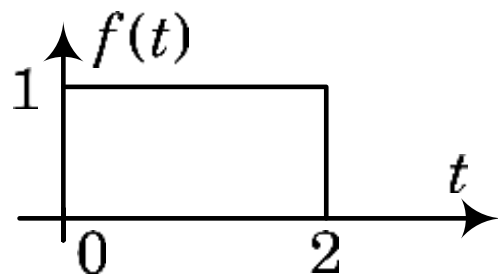
$$\Rightarrow y_f(t) = 5e^{-t} - 21e^{-4t}, t \geq 0$$

(2) $0.5y_x(t) + 3y_f(t) = 15e^{-t} - 60e^{-4t}$ ， $t \geq 0$

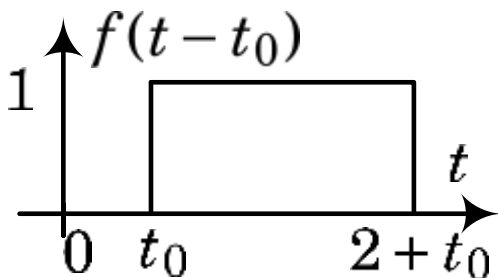
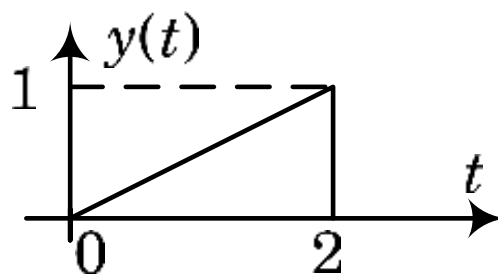
1.2-5 时不变系统与时变系统

□ **时不变系统**：零状态下，输出响应与输入激励的关系与激励作用于系统的时间起点无关

$$y_f(t) = T\{f(t)\} \implies T\{f(t-t_0)\} = y_f(t-t_0)$$



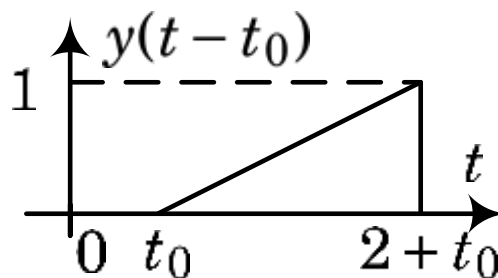
系统参数均为常值



先延时，再经过系统



先经过系统，再延时





1.2-5 时不变系统与时变系统

【例】以下系统是否为时不变系统？

$$f(t) \longrightarrow \boxed{\int} \longrightarrow y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$$

解：

$$\begin{aligned} T\{f(t-t_0)\} &= \int_{-\infty}^t f(\tau-t_0) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{t-t_0} f(\bar{\tau}) d\bar{\tau} \\ &= y(t-t_0) \end{aligned}$$

时不变系统

先延时，再经过系统



先经过系统，再延时



1.2-5 时不变系统与时变系统

【例】判断以下系统是否为时不变系统：

1. $y(t) = \sin(f(t))$

✓ 1. $x \mapsto \sin(x)$

2. $y(t) = \sin t \cdot f(t)$

✗ 2. $x \mapsto \sin t \cdot x$

3. $y(t) = tf(t)$

✗ 3. $x \mapsto tx$

4. $y(t) = f(2t)$

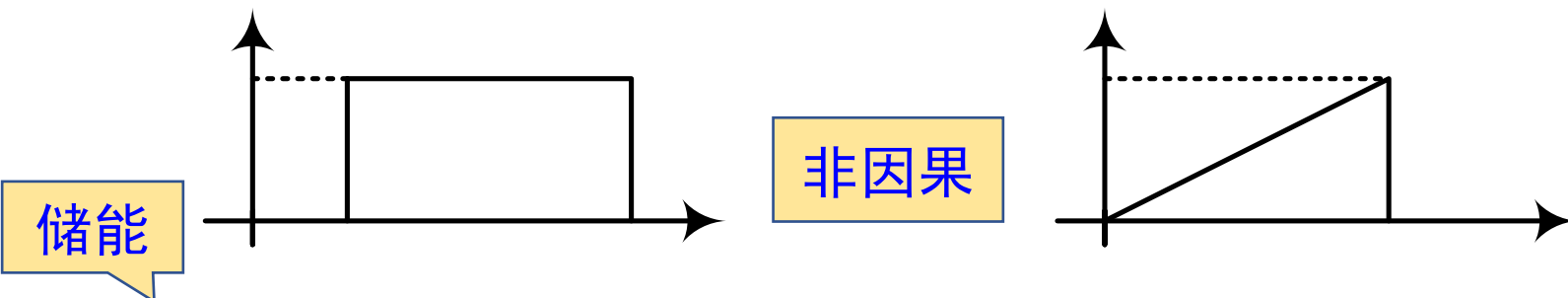
✗ 4. $x \mapsto x(2t)$

时间压缩

先延时 $f(t - t_0)$ 后通过系统尺度变换 $f(2t - t_0) \neq y(t - t_0)$

1.2-6 其他系统分类

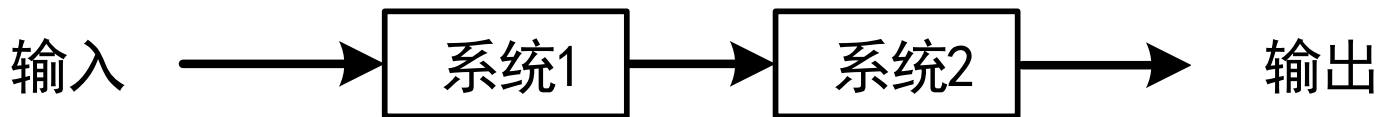
- 因果系统：任何时刻系统输出仅取决于现在和过去的输入（零状态响应不超前于激励）物理可实现系统均为因果系统



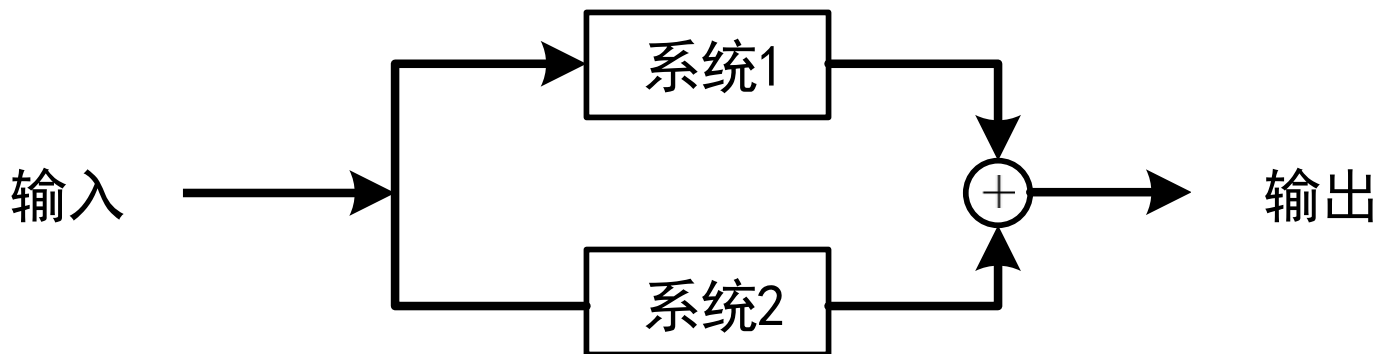
- 记忆系统：系统输出与过去时刻输入相关，如LC电路系统
- 无记忆系统：系统输出仅与当前输入相关，如纯电阻系统
- 稳定系统：有界输入有界输出 (BIBO)——控制理论主要内容

1.2-7 系统的联结

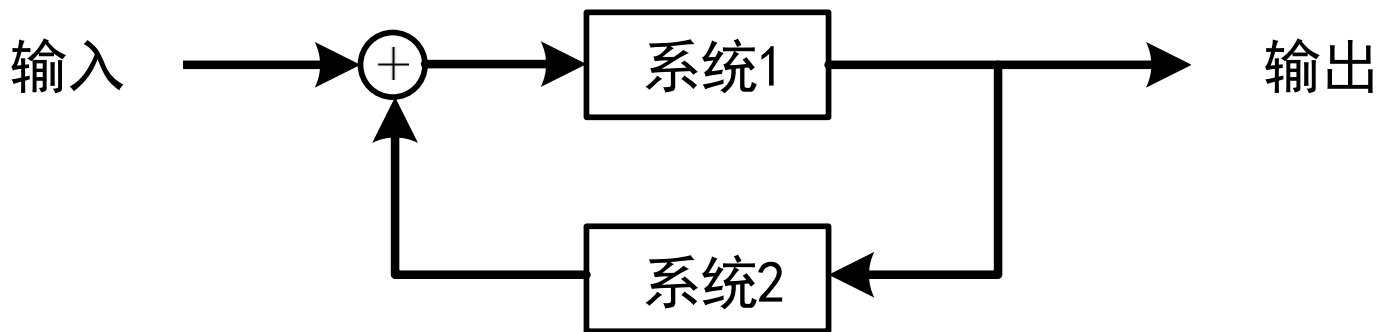
级联



并联



反馈





本章小结

- 信号的描述及分类
- 系统的描述及分类
- 学习要求：
 - 掌握信号与系统的基本概念
 - 能够判别信号与系统的类型, 重点掌握线性时不变 (LTI) 系统特性
 - 信号与系统特性的灵活使用



附：第1次作业

◆ 第17-19页：

1-1: (a), (d)——根据1.1.2节的4种分类方法指出信号的类型

1-8: (1), (2), (3)——根据信号可积性和周期性指出信号的类型

1-10: (1), (5)

1-11